

2025年度 金沢大学（前期）

医学部

試験時間：120分

全問必答

1 実数 $m > 1$ について、座標平面上に 3 点 $A(1, 0)$, $B(m, 0)$, $C(m^2, 0)$ をとる。点 $P(x, y)$ は $AP : CP = 1 : m$ を満たしながら動くとする。次の問いに答えよ。

(1) 点 $P(x, y)$ の軌跡を求めよ。

(2) 次の等式を証明せよ。

$$\vec{PB} \cdot \vec{PC} = m(m+1)(m-x)$$

(3) $y \neq 0$ とする。点 $P(x, y)$ に対して $\angle APB = \angle BPC$ が成り立つことを示せ。

2 実数 $a > 0$ に対し、座標平面上の点 $P(a, 0)$ をとる。曲線

$$y = \frac{1}{3}x^{\frac{3}{2}} \quad (x \geq 0)$$

を C とする。点 Q が曲線 C 上を動くとき、 PQ^2 の最小値を与える点 Q の x 座標を $F(a)$ とし、 PQ^2 の最小値を $G(a)$ とする。次の問いに答えよ。

(1) $F(a)$ を求めよ。

(2) $\lim_{a \rightarrow +0} \frac{F(a) - a}{a^2}$ を求めよ。

(3) $\lim_{a \rightarrow +0} \frac{G(a)}{a^3}$ を求めよ。

3 座標平面上の $0 \leq x \leq 2\log 2$ の範囲において、曲線 $y = e^x$ と曲線 $y = 2 - e^{2x}$ 、直線 $x = 2\log 2$ で囲まれた図形を D とする。図形 D を x 軸の周りに 1 回転してできる回転体の体積 V を求めよ。

4 次の式によって与えられる数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{x_n\}$ がある。

$$a_n = \sum_{k=1}^n k, \quad b_n = \sum_{k=1}^n k^2, \quad x_n = \sum_{k=1}^n ka_k$$

次の問いに答えよ。

(1) $\frac{b_n}{a_n}$ が整数となる n をすべて求めよ。

(2) $x_n = \frac{1}{2}(a_n^2 + b_n)$ を示せ。

(3) $\frac{x_n}{a_n}$ が整数となる n をすべて求めよ。

2025年度 金沢大学（前期）

医学部

(略解)

證明, 図示などは省略

1

- (1) 円: $x^2 + y^2 = m^2$ (2) 証明は省略 (3) 証明は省略

2

- (1) $F(a) = -3 + \sqrt{9 + 6a}$ (2) $-\frac{1}{6}$ (3) $\frac{1}{9}$

3

$$V = \left(\frac{155}{4} + 2 \log 2 \right) \pi$$

4

- (1) $n = 3l + 1$ (l は 0 以上の整数) (2) 証明は省略
(3) $n = 12m + 1$ または $n = 12m + 10$ (m は 0 以上の整数)