

2025年度 群馬大学（前期）

医学部

試験時間：120 分

 全問必答

1 n を自然数とする。整数の組 (x, y) で表される座標平面上の点で、次の条件を満たすものの個数をそれぞれ求めよ。

(1) 3 点 $(0, 0)$, $(n, 0)$, $(0, 2n)$ を頂点とする三角形の辺上または内部にある。

(2) 連立不等式 $\begin{cases} y \leq n^2 \\ y \geq \frac{x^2}{4} \end{cases}$ で表される領域に含まれ、かつ $x \geq 0$ を満たす。

2 自然数 n に対して、 $a(n) = n^2 + 2$, $b(n) = n^3 + 45n^2 + 2n + 765$ とおき、 $a(n)$ と $b(n)$ の最大公約数を $d(n)$ とおく。以下の問に答えよ。

(1) $a(n)$ が 5 の倍数でないことを示せ。

(2) n が自然数全体を動くときの $d(n)$ の最大値 d_0 を求めよ。また、 $d(n) = d_0$ となる自然数 n のなかで最小のものを求めよ。

(3) $\frac{1}{2} \log_{\frac{1}{\sqrt{3}}} a(n) + 2 \log_9 b(n) + (m-1) \log_{\frac{1}{3}} 5$ が自然数となる自然数の組 (m, n) がただ 1 つ存在することを示せ。

3 次の定積分を求めよ。

(1) $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx$

(2) $\int_0^1 \frac{x^3}{\sqrt{2-x^2}} dx$

(3) $\int_0^1 \frac{x^2}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}} dx$

4 0 でない複素数 α と複素数平面上で α を表す点 $A(\alpha)$ について、次の問に答えよ。

(1) 複素数平面上の 3 点 $A(\alpha)$, $B(\alpha^2)$, $C(-\alpha)$ を頂点とする $\triangle ABC$ が正三角形になるような α を求めよ。

(2) 複素数平面上の 3 点 $A(\alpha)$, $B(\alpha^2)$, $C(-\alpha)$ が一直線上にあるならば α は実数であることを示せ。

(3) 複素数平面上の 3 点 $A(\alpha)$, $B(i\alpha^2)$, $C\left(\frac{-1}{\alpha}\right)$ が一直線上にあるような $A(\alpha)$ の範囲を複素数平面上に図示せよ。ただし、 i は虚数単位とする。

5 k は定数とする。 $y = \frac{\log x}{x}$ が表す曲線 C と $y = kx$ が表す直線 ℓ が $y > 0$ の範囲でただ 1 つの共有点をもつとき、曲線 C , 直線 ℓ と x 軸で囲まれる図形の面積を求めよ。

2025年度 群馬大学（前期）**医学部**

(略解)

 証明，図示などは省略**1**

(1) $(n+1)^2$

(2) $\frac{4}{3}n^3 + \frac{1}{2}n^2 + \frac{7}{6}n + 1$

2

(1) 証明は省略

(2) $d_0 = 27, n = 5$

(3) 証明は省略

3

(1) $\frac{2}{3}(2 - \sqrt{2})$

(2) $\frac{4\sqrt{2}-5}{3}$

(3) $\log(\sqrt{2}+1) - \frac{\sqrt{2}}{2}$

4

(1) $\alpha = \pm\sqrt{3}i$

(2) 証明は省略

(3) 図示は省略

5

$\frac{1}{8}$