2025 年度　神戸大学（前期）

医学部　試験時間：120 分　　全問必答

1　k を実数とする。$f(x)$ と $g(x)$ を

$$f(x) = |x^3 - x|,\quad g(x) = k(x+1)$$

とおき，曲線 $y = f(x)$ を C，直線 $y = g(x)$ を ℓ とする。以下の問いに答えよ。

(1)　曲線 C の概形をかけ。ただし，関数 $f(x)$ の極大値を調べる必要はない。

(2)　曲線 C と直線 ℓ がちょうど 4 つの共有点をもつような k の値を求めよ。

2　実数 a に対して，a を超えない最大の整数を k とするとき，$a-k$ を a の小数部分という。n を自然数とし，$a_n = \sqrt{n^2+1} - n$ とおく。

以下の問に答えよ。

(1)　$0 < a_n < 1$ が成り立つことを示せ。

(2)　b_n を $\left(3n - \dfrac{1}{a_n}\right)$ の小数部分とする。b_n を n を用いて表せ。

(3)　b_n を (2) で定めたものとする。m，n を異なる 2 つの自然数とするとき，$a_m + b_n \fallingdotseq 1$ であることを示せ。

3　媒介変数 θ を用いて

$$x = \sin\theta,\quad y = \cos\theta + |\sin\theta| \ (0 \leqq \theta \leqq 2\pi)$$

で表される曲線を C とする。以下の問に答えよ。

(1)　曲線 C の概形をかけ。

(2)　曲線 C で囲まれた部分の面積を求めよ。

4　s，t を実数とする。座標空間に 3 点

$$A(-4,\ -1,\ 0),\ B(-3,\ 0,\ -1),\ P(s,\ t,\ -2s+t-1)$$

がある。以下の問に答えよ。

(1)　3 点 A，B，P は一直線上にないことを示せ。

(2)　点 P から直線 AB に下ろした垂線を PH とする。点 H の座標を s を用いて表せ。

(3)　s，t が変化するとき，三角形 ABP の面積の最小値を求めよ。

5　連続関数 $f(x)$ は $x \geqq 0$ で $f(x) \geqq 0$ を満たし，$x > 0$ で微分可能であり，その導関数 $f'(x)$ は連続であるとする。$t \geqq 1$ を満たす t に対して，原点 O と点 P$(t,\ f(t))$ の距離を $g(t)$ とする。また，$t > 1$ を満たす t に対して，$y = f(x)$ $(1 \leqq x \leqq t)$ で表される曲線の長さを $h(t)$ とし，$t = 1$ のときは $h(1) = 0$ とする。以下の問に答えよ。

(1)　$t > 1$ とする。開区間 $(1,\ t)$ で常に $f(x) - xf'(x) = 0$ が成り立つならば，閉区間 $[1,\ t]$ で $\dfrac{f(x)}{x}$ は定数であることを示せ。

(2)　$t \geqq 1$ を満たす任意の t に対して，$g(t) = h(t) + 2$ が成り立つとする。このとき，$f(1)$ の値を求めよ。また，$t \geqq 1$ のとき $f(t)$ を t を用いて表せ。

2025 年度　神戸大学（前期）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1

（1）　図示は省略

（2）　$k=\frac{1}{4}$

2

（1）　証明は省略

（2）　$b_n=n+1-\sqrt{n^2+1}$

（3）　証明は省略

3

（1）　図示は省略

（2）　π

4

（1）　証明は省略

（2）　$\mathrm{H}(s-2,\ s+1,\ -s-2)$

（3）　最小値：$\frac{3\sqrt{2}}{2}$

5

（1）　証明は省略

（2）　$f(1)=\sqrt{3}$，$f(t)=\sqrt{3}t$