

2025年度 琉球大学（前期）**医学部**

試験時間：120 分

 全問必答

1 n を自然数, $f_n(x) = 1 + \sum_{k=1}^n \frac{x^k}{k!}$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) $f_2(x)$ の導関数を求めよ。
- (2) $x \geq 0$ のとき, 不等式 $e^x \geq f_1(x)$ を示せ。
- (3) $x \geq 0$ のとき, すべての自然数 $n \geq 1$ に対して不等式 $e^x \geq f_n(x)$ を示せ。
- (4) $0 \leq x \leq 1$ のとき, すべての自然数 $n \geq 1$ に対して不等式 $e^x \leq f_n(x) + \frac{x^n}{n!}$ を示せ。

2 $a > 0$ として, $g(a) = \int_a^{a+1} (x - \log x) dx$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) 不定積分 $\int \log x dx$ を求めよ。
- (2) $g(a)$ を求めよ。
- (3) $g(a)$ の最小値とそのときの a の値を求めよ。

3 四面体 OABC の辺の長さを $OA = 3$, $OB = \sqrt{5}$, $OC = \sqrt{6}$, $AB = 2\sqrt{2}$ とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ として, $\vec{a} \cdot \vec{c} = 3$, $\vec{b} \cdot \vec{c} = 3$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ。
- (2) 点 O から平面 ABC に垂線を下ろしその交点を H とする。このとき, $\overrightarrow{OH}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ。
- (3) 点 A から平面 OBC に垂線を下ろしその交点を K とする。このとき, 直線 OH と直線 AK は交わることを示せ。また, その交点を M とするとき, $\overrightarrow{OM}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ。

4 赤玉 3 個と白玉 3 個が入っている袋がある。まず 3 枚のコインを投げ、表が k 枚出たとき、この袋に赤玉を k^2 個追加し、次にその袋から玉を 2 個同時に取り出すという試行を行う。例えば、コイン投げで表が 2 枚、裏が 1 枚出たときは、赤玉 4 個を追加して、赤玉 7 個と白玉 3 個が入っている袋から玉を 2 個同時に取り出す。コイン投げで 3 枚とも裏が出たときは、赤玉の追加はなく、赤玉 3 個と白玉 3 個が入っている袋から玉を 2 個同時に取り出す。次の問いに答えよ。

- (1) コイン投げで 3 枚とも表でありかつ袋から取り出した玉が 2 個とも赤玉である確率を求めよ。
- (2) 袋から取り出した玉が 2 個とも赤玉である確率を求めよ。
- (3) 袋から取り出した玉が 2 個とも赤玉であったとき、コイン投げで 3 枚とも表であったという条件付き確率を求めよ。

2025年度 琉球大学（前期）

医学部

（略解）

 証明，図示などは省略**1**

(1) $f_2'(x) = 1 + x$

(2) 証明は省略

(3) 証明は省略

(4) 証明は省略

2

(1) $x \log x - x + C$ (C は積分定数)

(2) $g(a) = a + \frac{3}{2} - (a+1)\log(a+1) + a \log a$

(3) 最小値: $\frac{1}{2} + \log(e-1)$ ($a = \frac{1}{e-1}$)

3

(1) 3

(2) $\overrightarrow{OH} = \frac{1}{6}\overrightarrow{a} + \frac{1}{2}\overrightarrow{b} + \frac{1}{3}\overrightarrow{c}$

(3) 証明は省略, $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{8}\overrightarrow{a} + \frac{3}{8}\overrightarrow{b} + \frac{1}{4}\overrightarrow{c}$

4

(1) $\frac{11}{140}$

(2) $\frac{27}{70}$

(3) $\frac{11}{54}$