2025年度　獨協医科大学（前期1日目）

医学部　試験時間：60 分

全問必答

1　n は 5 以上の整数とする。底面が正 n 角形で，側面が底面に対して垂直であるような角柱を正 n 角柱と呼ぶことにする。正 n 角柱の底面と側面を合わせた合計 $n+2$ 個の面について，辺を共有する面には同じ色を塗らないようにして何色かで塗り分ける。ただし，正 n 角柱に対する次の 2 つの操作のうち，少なくとも一方の操作で一致する塗り方は同じ塗り方とみなす。

- 底面に対して水平に回転させる
- 底面を上下ひっくり返す

(1)　正 5 角柱について考える。

異なる 7 色をすべて使って塗る方法は $\boxed{\text{アイウ}}$ 通りである。

異なる 6 色をすべて使って塗る方法は $\boxed{\text{エオカ}}$ 通りである。

異なる 5 色をすべて使って塗る方法は $\boxed{\text{キクケ}}$ 通りである。

(2)　正 7 角柱を異なる 7 色をすべて使って塗る。

このとき，同じ色がちょうど 3 つの面に塗られる場合は $\boxed{\text{コサシス}}$ 通りである。

(3)　$n \geqq 6$ とする。正 n 角柱を異なる n 種類の色をすべて使って塗るとき，同じ色が 3 つの面に塗られる場合の数を $S(n)$ とする。このとき，

$$S(n+1) = 16S(n)$$

を満たす n の値は，

$$n = \boxed{\text{セ}},\ \boxed{\text{ソタ}}$$

である。

2　k，l，m を実数の定数とし，i は虚数単位とする。x の 4 次方程式

$$x^4-2(k+1)x^3+(k^2+4k-2)x^2+lx+m=0$$

は $k+i$ を解にもっている。$\alpha=k+i$ とし，この方程式の α 以外の解を β，γ，δ とする。

(1)　l，m を k を用いて表すと

$$l=-\boxed{\text{ア}}k^{\boxed{\text{イ}}}+\boxed{\text{ウ}}k-\boxed{\text{エ}},$$

$$m=-\boxed{\text{オ}}k^{\boxed{\text{カ}}}-\boxed{\text{キ}}$$

である。また，

$$(1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma)(1-\delta)=-68$$

を満たす k の値は

$$k=-\boxed{\text{ク}},\ \boxed{\text{ケ}}$$

である。

(2)　$|\alpha|+|\beta|+|\gamma|+|\delta|<\dfrac{13}{2}$ を満たす k の値の範囲は

$$-\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}<k<\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

である。このとき，複素数平面上で 4 点 A(α)，B(β)，C(γ)，D(δ) が同一円周上にあるような k の値は

$$k=\boxed{\text{セ}}-\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}$$

である。

$k=\boxed{\text{セ}}-\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}$ のとき，$\dfrac{m+27}{l}$ の値は

$$\frac{m+27}{l}=\boxed{\text{タチ}}$$

である。

3　O を原点とする xy 平面上に，2 つの双曲線

$C_1 : x^2 - y^2 = 6$
$C_2 : x^2 - y^2 = -10$

がある。C_1 上の点 $\mathrm{P}(a,\ b)$（$a > 0,\ b > 0$）における C_1 の接線を ℓ とする。

(1)　C_1 の焦点の座標は，

$$\left(\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}},\ 0\right),\ \left(-\boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}},\ 0\right),$$

C_2 の焦点の座標は，

$$\left(0,\ \boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}\right),\ \left(0,\ -\boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}\right),$$

である。

(2)　$a = 2\sqrt{2},\ b = \sqrt{2}$ とする。

(i)　ℓ の方程式は，

$$y = \boxed{\text{オ}}\,x - \boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}$$

である。

(ii)　C_1 の 2 つの漸近線と ℓ の交点をそれぞれ A，B とすると，三角形 OAB の面積は $\boxed{\text{ク}}$ である。

(3)　C_2 上の点 Q における C_2 の法線を m とし，ℓ と m が一致しているとする。

(i)　$a^2b^2 = \dfrac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

また，線分 OQ の長さは，線分 OP の長さの $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{シス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$ 倍である。

(ii)　線分 OP，線分 PQ の長さの 2 乗について，

$$\mathrm{OP}^2 = \frac{\boxed{\text{ソタ}}\sqrt{\boxed{\text{チツ}}}}{\boxed{\text{テ}}}$$

$$\mathrm{PQ}^2 = \frac{\boxed{\text{トナ}}\sqrt{\boxed{\text{チツ}}}}{\boxed{\text{ニ}}}$$

である。

4　xyz 空間に，2 点 $\mathrm{P}(t,\ (\log t)^2,\ 0)$，$\mathrm{Q}(0,\ (\log t)^2,\ e^2)$ がある。
t が $1 \leqq t \leqq e^3$ の範囲で変化するとき，直線 PQ が作る曲面と，xy 平面，yz 平面，zx 平面，および，平面 $y = 9$ によって囲まれる立体を A とする。

(1)　平面 $y = k$ $(0 \leqq k \leqq 9)$ による A の断面積を $S(k)$ とすると，

$$S(0) = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} e^{\boxed{\text{ウ}}}$$

$$S(k) = S(0) \times e^{\boxed{\text{エ}}}$$

である。ただし，$\boxed{\text{エ}}$ の解答は，下の【選択肢】⓪〜⑤ のうちから適当なものを 1 つ選べ。

【選択肢】

⓪ $\frac{1}{3}k$　① $\frac{1}{3}\sqrt{k}$　② $\frac{1}{3}k^2$　③ k　④ $\sqrt{k}$　⑤ k^2

以上より，A の体積は $\boxed{\text{オ}}\, e^{\boxed{\text{カ}}} + e^{\boxed{\text{キ}}}$ である。

(2)　A を y 軸の周りに 1 回転してできる立体を B とする。
$\mathrm{R}(0,\ (\log t)^2,\ 0)$ とすると，$\mathrm{PR} \geqq \mathrm{QR}$ となるような R について，$y = (\log t)^2$ の値の範囲は，

$$\boxed{\text{ク}} \leqq y \leqq 9$$

である。

よって，B の体積は，

$$\left(\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} e^{\boxed{\text{サ}}} + \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} e^{\boxed{\text{セ}}} \right) \pi$$

である。ただし，$\boxed{\text{サ}} > \boxed{\text{セ}}$ とする。

2025年度　獨協医科大学（前期1日目）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1

（1）**アイウ**：504　**エオカ**：432　**キクケ**：120

（2）**コサシス**：2520

（3）**セ**：7　**ソタ**：11

2

（1）**ア〜エ**：$-2k^2+6k-2$　**オ〜キ**：$-3k^2-3$　**ク**：3　**ケ**：5

（2）**コ〜ス**：$-\dfrac{3}{4}<k<\dfrac{3}{4}$

（3）**セ〜ソ**：$1-\sqrt{3}$　**タチ**：-3

3

（1）**ア〜イ**：$2\sqrt{3}$　**ウ〜エ**：$2\sqrt{5}$

（2）**オ〜キ**：$y=2x-3\sqrt{2}$　**ク**：6

（3）**ケ〜サ**：$\dfrac{27}{5}$　**シ〜セ**：$\dfrac{\sqrt{15}}{3}$　**ソ〜テ**：$\dfrac{12\sqrt{10}}{5}$　**ト〜ニ**：$\dfrac{32\sqrt{10}}{5}$

4

（1）**ア〜ウ**：$\dfrac{1}{2}e^2$　**エ**：④　**オ〜キ**：$2e^5+e^2$

（2）**ク**：4　**ケ〜セ**：$\left(\dfrac{5}{2}e^6+\dfrac{5}{2}e^4\right)\pi$