

2025 年度 徳島大学（前期）

医学部

試験時間：120 分

 全問必答

1 座標空間内の点 $O(0, 0, 0)$, $A(1, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$, $C(1, 1, 0)$, $D(1, 1, 2)$, $E(0, 1, 2)$ を考える。線分 OA を $3:1$ に内分する点を P , 線分 BE 上で $\overrightarrow{BQ} = s(0, 0, 1)$ ($0 \leq s \leq 2$) となる点を Q , 線分 PQ 上で $\overrightarrow{PR} = t\overrightarrow{PQ}$ ($0 < t \leq 1$) となる点を R , 直線 OR と平面 BCE との交点を S とおく。

- (1) $\overrightarrow{OR}$ および $\overrightarrow{OS}$ を s, t を用いて表せ。
- (2) 点 S が平面 BCE 上の四角形 $BCDE$ の周または内部にあるための s, t の条件を求めよ。
- (3) s, t が (2) の条件を満たすとき, 平面 BEP 上で点 R が描く図形の面積を求めよ。

2 t を実数とする。 x の 2 次方程式 $x^2 - (2t^2 - 3)x + t^4 - 7t^2 + 6t = 0 \cdots (*)$ について, 次の問いに答えよ。

- (1) $x = 0$ が $(*)$ の解となる t の値をすべて求めよ。
- (2) a, b, c, d を実数とする。すべての実数 t について $x = t^2 + at + b$ および $x = t^2 + ct + d$ が $(*)$ の解となる a, b, c, d の値を求めよ。ただし, $b > d$ とする。
- (3) (2) の a, b, c, d に対し $\alpha(t) = t^2 + at + b$, $\beta(t) = t^2 + ct + d$ として, 関数 $f(t)$ を以下の式で定める。

$$f(t) = \begin{cases} |\alpha(t)| & (|\alpha(t)| \geq |\beta(t)| \text{ のとき}) \\ |\beta(t)| & (|\alpha(t)| < |\beta(t)| \text{ のとき}) \end{cases}$$

t が実数全体を動くとき, $f(t)$ の最小値を求めよ。

3 $f(x) = x + \sqrt{2x - x^2}$ ($0 \leq x \leq 2$) とする。原点を O とする座標平面上の曲線 $C: y = f(x)$ と直線 $\ell: y = x$ を考える。

- (1) 関数 $f(x)$ の増減を調べ, $f(x)$ の最大値および最小値を求めよ。
- (2) 曲線 C 上の点 $P(x, f(x))$ ($0 < x < 2$) から直線 ℓ に下ろした垂線を PH とする。線分 PH の長さを r , 線分 OH の長さを t とするとき, r および t をそれぞれ x を用いて表せ。
- (3) 直線 ℓ と直線 $y = -x + 3$ との交点を A , 曲線 C と直線 $y = -x + 3$ との交点を B とする。曲線 C と 2 つの線分 OA と AB で囲まれた部分を, 直線 ℓ の周りに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

4 n を 3 以上の整数とする。3 つの整数 a, b, c ($1 \leq a < b < c \leq 2n$) に対して, $p = b - a$ と $q = c - b$ とする。 $\langle a, b, c \rangle$ の値を $p \geq q$ ならば $\langle a, b, c \rangle = p$ とし, $p < q$ ならば $\langle a, b, c \rangle = q$ とする。 $(2n - 2)$ 以下の自然数 k に対して, $\langle a, b, c \rangle = k$ となる 3 つの整数 a, b, c ($1 \leq a < b < c \leq 2n$) の選び方の総数を $S(k)$ とする。

- (1) $n = 3$ のとき, $S(2)$, $S(3)$ を求めよ。
- (2) $n \leq k \leq 2n - 2$ のとき, $S(k)$ を k, n を用いて表せ。
- (3) $1 \leq k \leq n - 1$ のとき, $S(k)$ を k, n を用いて表せ。
- (4) $k = 1, 2, 3, \dots, 2n - 2$ に対する $S(k)$ の最大値を M とする。 n が 3 の倍数のとき, M を n を用いて表せ。

2025年度 徳島大学（前期）

医学部

（略解）

 証明，図示などは省略**1**

$$(1) \quad \overrightarrow{OR} = \left(\frac{3(1-t)}{4}, t, st \right), \quad \overrightarrow{OS} = \left(\frac{3(1-t)}{4t}, 1, s \right)$$

$$(2) \quad 0 \leq s \leq 2, \quad \frac{3}{7} \leq t \leq 1$$

$$(3) \quad \frac{50}{49}$$

2

$$(1) \quad t = 0, 1, 2, -3$$

$$(2) \quad a = -2, b = 0, c = 2, d = -3$$

$$(3) \quad \text{最小値} : \frac{15}{16} \left(t = \frac{3}{4} \right)$$

3

$$(1) \quad \text{最大値} : 1 + \sqrt{2} \left(x = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right), \quad \text{最小値} : 0 \quad (x = 0)$$

$$(2) \quad r = \frac{\sqrt{2x-x^2}}{\sqrt{2}}, \quad t = \frac{\sqrt{2x-x^2}}{\sqrt{2}} + \sqrt{2}x$$

$$(3) \quad \frac{5\sqrt{2}}{12}\pi$$

4

$$(1) \quad S(2) = 8, S(3) = 6$$

$$(2) \quad (2n-k-1)(2n-k)$$

$$(3) \quad -3k^2 + 4nk + k - 2n$$