2025 年度　川崎医科大学（前期）

医学部　試験時間：80 分　　全問必答

1　座標平面上に 2 つの直線 $\ell : y = 2x + 4$，$m : : y = -2x + 12$ がある。2 直線 ℓ，m の交点を A とし，直線 m と x 軸の交点を B とする。線分 AB を直径とする円を K とし，直線 ℓ と円 K の共有点で A でない方を C とする。また，D$(2,\ 0)$ とする。

(1)　点 A の座標は $\left(\boxed{\text{ア}},\ \boxed{\text{イ}}\right)$ であり，円 K の中心の座標は $\left(\boxed{\text{ウ}},\ \boxed{\text{エ}}\right)$，半径は $\boxed{\text{オ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}$ である。また，点 C の座標は $\left(-\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}},\ \dfrac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}\right)$ である。

(2)　$\angle\mathrm{ADC} = \alpha$，$\angle\mathrm{BCD} = \beta$ とするとき，$\tan\alpha = \dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ であり，$\sin(\alpha - \beta) = \dfrac{\boxed{\text{セ}}\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タチ}}}$ である。

(3)　a を定数とし，円 K の点 D を含む弧 BC と線分 AB および線分 AC で囲まれた領域を L とする。点 $(x,\ y)$ が領域 L を動くとき，$ax - y$ の最大値 M は，

$a < -\dfrac{\boxed{\text{ツテ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ のとき，$M = \dfrac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}\left(a + \boxed{\text{ネ}}\right)$

$-\dfrac{\boxed{\text{ツテ}}}{\boxed{\text{ト}}} \leqq a < \dfrac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}$ のとき，

$$M = \boxed{\text{ヒ}}a - \boxed{\text{フ}} + \boxed{\text{ヘ}}\sqrt{\boxed{\text{ホ}}\left(a^2 + \boxed{\text{マ}}\right)}$$

$\dfrac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}} \leqq a$ のとき，$M = \boxed{\text{ミ}}a$

である。

また，a の値が変化するとき，M が最小値をとるのは，$a = \boxed{\text{ムメ}}$ のときである。

2　a は $0<a \leqq 1$ を満たす定数とし，関数 $f(x)=\log(x+a)$ がある。

(1)　$a=1$ とする。$y=f(x)$ のグラフを C_1 とし，C_1 上の点 $(1,\ f(1))$ における法線を ℓ とする。

(i)　$f'(1)=\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ であり，法線 ℓ の方程式は，$y=\boxed{\text{ウエ}}\,x+\boxed{\text{オ}}+\log\boxed{\text{カ}}$ である。また，C_1 と ℓ および y 軸で囲まれた図形の面積は，$\boxed{\text{キ}}-\log\boxed{\text{ク}}$ である。

(ii)　p，q を定数とし，q は $\log 2<q<\boxed{\text{オ}}+\log\boxed{\text{カ}}$ を満たすとする。$y=p\log(x+1)+q$ のグラフを C_2 とし，C_2 が点 $(1,\ \log 2)$ を通るとき，$q=\left(\boxed{\text{ケ}}-p\right)\log\boxed{\text{コ}}$ である。このとき，$x \geqq 0$ の部分で C_2 と ℓ および y 軸で囲まれた図形の面積が $\dfrac{\log 2+1}{2}$ であれば，$p=\dfrac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

(2)　$g(a)=\displaystyle\int_0^1 \left|f(x)\right| dx$ とする。

$g(a)=\left(a+\boxed{\text{セ}}\right)\log\left(a+\boxed{\text{ソ}}\right)+a\log a-\boxed{\text{タ}}\,a+\boxed{\text{チ}}$ である。また，$g'(a)=0$ の解は，$a=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}-\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ であり，a の値が変化するとき，$g(a)$ の最小値は，

$$\log\frac{\sqrt{\boxed{\text{ナ}}}+\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}+\boxed{\text{ネ}}-\sqrt{\boxed{\text{ノ}}}$$

である。

3　i を虚数単位とし，2 つの複素数 $\alpha = 2 + 4i$，$\beta = 1 - 3i$ がある。

(1)　$|\alpha| = \boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}$，$\dfrac{\alpha}{\beta} = \boxed{\text{ウエ}} + i$ であり，$\dfrac{\alpha}{\beta}$ を極形式で表すと，

$\dfrac{\alpha}{\beta} = \sqrt{\boxed{\text{オ}}}\left(\cos\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}\pi + i\sin\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}\pi\right)$ となる。ただし，$0 \leqq \arg\dfrac{\alpha}{\beta} < 2\pi$ とする。また，$\left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)^{20} = \boxed{\text{クケコサシ}}$ である。

(2)　複素数 z は，方程式 $|z - \beta| = \sqrt{2}$ を満たしている。このとき，$|z - \alpha|$ の最大値は $\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}$ であり，そのときの z は $\dfrac{\boxed{\text{ソ}} - \boxed{\text{タチ}}\,i}{\boxed{\text{ツ}}}$ である。

(3)　複素数平面上で，複素数 α，β が表す点をそれぞれ A，B とする。$\gamma = \dfrac{\boxed{\text{テ}} - i}{\boxed{\text{トナ}}}$ とするとき，直線 AB 上の点を表す複素数 z は，つねに方程式 $\overline{\gamma}z + \gamma\overline{z} = 1$ を満たす。このとき，$zw = 10$ を満たす複素数 w が表す点は，点 $\dfrac{\boxed{\text{ニ}} + i}{\boxed{\text{ヌ}}}$ を中心とし，半径が $\dfrac{\boxed{\text{ネ}}\sqrt{\boxed{\text{ノ}}}}{\boxed{\text{ハ}}}$ の円周上にある。また，複素数 z，w が表す点をそれぞれ P，Q とし，P，Q は実軸上にないとする。△POQ の面積が最大となるとき，直線 AB は △POQ の面積を $\boxed{\text{ヒ}}$: $\boxed{\text{フ}}$ の比に分ける。ただし，O は原点とし，$\boxed{\text{ヒ}} < \boxed{\text{フ}}$ とする。

2025年度　川崎医科大学（前期）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1

(1)　ア～イ：(2，8)　ウ～エ：(4，4)　オ～カ：$2\sqrt{5}$　キ～サ：$\left(-\frac{2}{5},\ \frac{16}{5}\right)$

(2)　シ～ス：$\frac{3}{4}$　セ～チ：$\frac{2\sqrt{5}}{25}$

(3)　ツ～ト：$\frac{11}{2}$　ナ～ネ：$\frac{-2}{5}(a+8)$　ノ～ハ：$\frac{1}{2}$　ヒ～マ：$4a-4+2\sqrt{5(a^2+1)}$
ミ：6　ム～メ：-2

2

(1)　ア～イ：$\frac{1}{2}$　ウ～カ：$-2x+2+\log 2$　キ～ク：$2-\log 2$　ケ～コ：$(1-p)\log 2$　サ～ス：$\frac{-1}{2}$

(2)　セ～チ：$(a+1)\log(a+1)+a\log a-2a+1$　ツ～ト：$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$
ナ～ノ：$\log\frac{\sqrt{5}+1}{2}+2-\sqrt{5}$

3

(1)　ア～イ：$2\sqrt{5}$　ウ～エ：-1　オ～キ：$\sqrt{2}\left(\cos\frac{3}{4}\pi+i\sin\frac{3}{4}\pi\right)$　ク～シ：-1024

(2)　ス～セ：$6\sqrt{2}$　ソ～ツ：$\frac{4-22i}{5}$

(3)　テ～ナ：$\frac{7-i}{20}$　ニ～ヌ：$\frac{7+i}{2}$　ネ～ハ：$\frac{5\sqrt{2}}{2}$　ヒ～フ：5：7