2025 年度　岡山大学（前期）

医学部　試験時間：120 分

全問必答

1　以下の問いに答えよ。

(1)　方程式

$$3x + 11y = 1$$

の整数解の 1 つを求めよ。

(2)　方程式

$$3x + 11y = 1000$$

の整数解をすべて求めよ。

(3)　自然数 x，y が (2) の方程式を満たすとする。$|x - y|$ の最大値と，そのときの x，y の値を求めよ。

2　xyz 空間における 4 点 $\mathrm{O}(0,\ 0,\ 0)$，$\mathrm{A}(n,\ 0,\ 0)$，$\mathrm{B}(0,\ n,\ 0)$，$\mathrm{C}(0,\ 0,\ 2n)$ を頂点とする四面体 OABC を考える。ただし，n は 2 以上の整数とする。以下の問いに答えよ。

(1)　四面体 OABC を平面 $x = k$ で切ったとき，断面として現れる三角形 T_k のすべての頂点の座標を求めよ。ただし，k は整数で $1 \leqq k \leqq n - 1$ とする。

(2)　(1) の三角形 T_k の内部に含まれ，y，z 座標がいずれも整数となる点の個数を n，k を用いて表せ。ただし，辺および頂点は内部に含まれないとする。

(3)　四面体 OABC の内部に含まれ，x，y，z 座標がいずれも整数となる点の個数を n を用いて表せ。ただし，面，辺，および頂点は内部に含まれないとする。

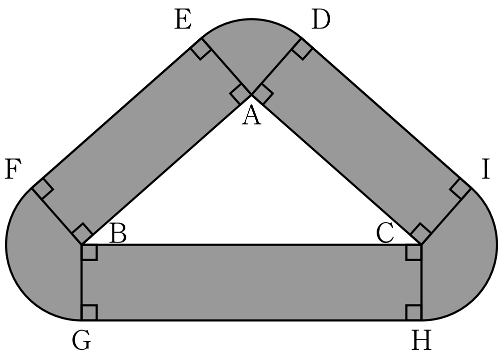
3　xy 平面上に点 $\mathrm{O}(0,\ 0)$，$\mathrm{A}(4,\ 0)$ と，円 $C : x^2 + y^2 = 4$ 上を動く点 $\mathrm{P}(a,\ b)$ があるとする。各点 P に対して，線分 AP の垂直二等分線を ℓ_{P} とする。以下の問いに答えよ。

(1)　直線 ℓ_{P} の方程式を求めよ。

(2)　直線 OP と ℓ_{P} が平行であるとき，P の座標を求めよ。

(3)　直線 OP と ℓ_{P} が交点をもつとき，交点 Q の軌跡の方程式を求め，さらにその軌跡を図示せよ。

4　下図のように，三角形 ABC の外側で頂点または辺上の点からの距離が 1 以内にある，長方形および扇形からなる領域を Z とする。さらに，$\mathrm{AB}=\mathrm{AC}=3$ とし，$\angle\mathrm{ABC}=\theta$ とおく。また，Z の面積を S_1 とする。以下の問いに答えよ。



(1)　S_1 を求めよ。

(2)　三角形 ABC の内接円の半径 $r(\theta)$ を求めよ。

(3)　$0<\theta\leqq\dfrac{\pi}{4}$ のとき，(2) の $r(\theta)$ の最大値を求めよ。

(4)　(2) の内接円の面積を S_2 とする。$0<\theta\leqq\dfrac{\pi}{4}$ のとき，$S_1>S_2$ を示せ。

2025 年度　岡山大学（前期）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1

(1)　$(x,\ y)=(4,\ -1)$

(2)　$(x,\ y)=(11k+4000,\ -3k-1000)$（$k$ は整数）

(3)　最大値：324（$x,\ y$）＝（326，2）

2

(1)　$(k,\ 0,\ 0)$，$(k,\ n-k,\ 0)$，$(k,\ 0,\ 2n-2k)$

(2)　$(n-k-1)^2$

(3)　$\dfrac{1}{6}(n-1)(n-2)(2n-3)$

3

(1)　$(a-4)x+by+6=0$

(2)　$\mathrm{P}(1,\ \sqrt{3})$ または $\mathrm{P}(1,\ -\sqrt{3})$

(3)　双曲線：$(x-2)^2-\dfrac{y^2}{3}=1$，ただし 2 点 $\left(\dfrac{3}{4},\ \pm\dfrac{3\sqrt{3}}{4}\right)$ を除く。

図示は省略

4

(1)　$S_1=6(1+\cos\theta)+\pi$

(2)　$r(\theta)=\dfrac{3\sin 2\theta}{2(1+\cos\theta)}$

(3)　最大値：$\dfrac{3(2-\sqrt{2})}{2}$

(4)　証明は省略

Ⓒ 大学受験・数学塾　管理人：makoto