

## 2025年度 信州大学 (前期)

医学部

試験時間：120 分

全問必答

1 平面上に三角形 ABC と動点 P がある。ある定数  $k$  について、

$$PA^2 + 2PB^2 + 3PC^2 = k$$

を満たすように点 P が動くとき、点 P は円を描く。この円の中心を O とするとき、以下の問いに答えよ。

(1)  $\vec{OC}$  を  $\vec{OA}$ ,  $\vec{OB}$  を用いて表せ。

(2) 三角形 OAB, OBC, OCA の面積をそれぞれ  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  とする。このとき、 $S_1 : S_2 : S_3$  を求めよ。

2  $a$  は実数とする。関数  $f(x)$  を

$$f(x) = x^3 - 3(a+2)x^2 + 24ax - 2a^2 - 41a + 28$$

と定めるとき、以下の問いに答えよ。

(1)  $f(2) \geq 0$  となるとき、 $a$  のとり得る値の範囲を求めよ。

(2)  $x \geq 2$  となるすべての  $x$  に対して  $f(x) \geq 0$  が成り立つとき、 $a$  のとり得る値の範囲を求めよ。

3 数列  $\{a_n\}$  は初項  $a$  が 0 でない等差数列であり、また、 $a_1$ ,  $\frac{a_2}{3}$ ,  $\frac{a_3}{5}$  は公比が 1 でない等比数列であるとする。このとき、 $\{a_n\}$  の一般項を  $a$  および  $n$  を用いて表せ。

4  $0 \leq x \leq 2\pi$  において、2 曲線  $y = |\sin x|$ ,  $y = -\cos 2x$  によって囲まれた図形の面積を求めよ。また、この図形を  $x$  軸のまわりに 1 回転させてできる回転体の体積を求めよ。

5 実数全体を定義域にもつ  $t$  の関数  $p$  は微分可能で、すべての  $t$  に対し  $\frac{dp}{dt} > 0$  を満たすとする。また、 $p$  の値域は実数全体であるとする。座標平面上において、曲線  $C: y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$  上を運動する点 P の時刻  $t$  における座標は  $(p, \frac{e^p + e^{-p}}{2})$  であり、点 P の速度  $\vec{u}$  はすべての  $t$  に対し  $|\vec{u}| = 2$  を満たすとする。座標平面上を運動する点 Q は、時刻  $t$  において、曲線 C の点 P における法線の  $y > \frac{e^x + e^{-x}}{2}$  を満たす部分にあり、 $PQ = 1$  であるとする。 $t$  が実数全体を動くとき、以下の問いに答えよ。ただし、 $e$  は自然対数の底である。

(1) 点 Q の座標を  $p$  を用いて表せ。

(2) 点 Q の速度を  $\vec{v}$  とするとき、 $|\vec{v}|$  のとり得る値の範囲を求めよ。

## 2025年度 信州大学 (前期)

医学部

(略解)

☞ 証明, 図示などは省略

**1**

(1)  $\vec{OC} = -\frac{1}{3}\vec{OA} - \frac{2}{3}\vec{OB}$

(2)  $S_1 : S_2 : S_3 = 3 : 1 : 2$

**2**

(1)  $-4 \leq a \leq \frac{3}{2}$

(2)  $\frac{7 - \sqrt{17}}{4} \leq a \leq \frac{3}{2}$

**3**

$$a_n = a\left(-\frac{2}{5}n + \frac{7}{5}\right)$$

**4**

面積: 2, 体積:  $\left(\frac{\pi}{4} + \frac{3\sqrt{3}}{8}\right)\pi$

**5**

(1)  $Q\left(p - \frac{e^p - e^{-p}}{e^p + e^{-p}}, \frac{e^p + e^{-p}}{2} + \frac{2}{e^p + e^{-p}}\right)$

(2)  $0 \leq |\vec{v}| < 2$