

2024 年度 鳥取大学（前期）

医学部

試験時間：120 分

全問必答

1 実数 x に対し、 $k-1 < x \leq k$ を満たす整数 k を $\lceil x \rceil$ と表す。たとえば $\lceil \frac{5}{2} \rceil = 3$ 、 $\lceil -\pi \rceil = -3$ である。以下の問いに答えよ。

- (1) $3\lceil x \rceil^2 - 38\lceil x \rceil + 55 < 0$ を満たす x の値の範囲を求めよ。
- (2) $4\lceil x + \frac{4}{3} \rceil^2 - 52\lceil x + \frac{1}{3} \rceil + 113 < 0$ を満たす x の値の範囲を求めよ。
- (3) $\lceil x^2 \rceil = 2x$ を満たす x の値を求めよ。

2 空間内の原点を中心とする半径 1 の球面を S とする。

$$S: x^2 + y^2 + z^2 = 1$$

球面 S 上の点 $N(0, 0, 1)$ と xy 平面上の点 $P(s, t, 0)$ を結ぶ直線が球面 S と交わる点で、 N と異なる点を $Q(x, y, z)$ とする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 点 Q の座標 (x, y, z) を s, t を用いて表せ。
- (2) 点 P が xy 平面上の放物線 $y = x^2, z = 0$ を動くものとする。(1) で求めた点 Q の y 座標を、点 P の y 座標 t の関数とみなして $f(t)$ とおく。 $f(t)$ の最大値および最小値を求めよ。

3 異なる 3 点 A, B, C の間を移動する物体がある。時刻 0 において物体は点 A に位置しており、1 秒ごとに、今いる点以外の他の点に、等しい確率で移動する。 n 秒後にこの物体が点 A に位置する確率を a_n 、点 B に位置する確率を b_n 、点 C に位置する確率を c_n （ただし、 $n = 0, 1, 2, \dots$ ）とする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) $n = 0, 1, 2, \dots$ に対し、 a_{n+1} を b_n, c_n で表せ。
- (2) n 秒後にこの物体が点 A に位置する確率 a_n を求めよ。
- (3) この物体の位置する点が、点 A, B, C を含めて合計 m 個 ($m > 3$) の異なる点に増えたとする。時刻 0 において物体は点 A に位置し、1 秒ごとに今いる点以外の他の点に、等しい確率で移動するとき、 n 秒後にこの物体が点 A に位置する確率を求めよ。

4 xy 平面上の曲線 $C: y = \tan x \left(0 \leq x < \frac{\pi}{2}\right)$ を考える。曲線 C 上の点 $A\left(\frac{\pi}{4}, 1\right)$ における接線を ℓ とし、接線 ℓ と x 軸との交点を P とする。以下の問いに答えよ。ただし、 O は原点である。

- (1) 接線 ℓ の方程式, および点 P の座標を求めよ。
- (2) 曲線 C と線分 AP および線分 OP で囲まれた部分の面積 S を求めよ。
- (3) 曲線 C と線分 AP および線分 OP で囲まれた部分を, x 軸の周りに一回転してできる回転体の体積 V を求めよ。

2024 年度 鳥取大学 (前期)

医学部

(略解)

☞ 証明, 図示などは省略

1

(1) $1 < x \leq 10$

(2) $\frac{11}{3} < x \leq \frac{17}{3}$

(3) $x = 0, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, 2$

2

(1) $Q\left(\frac{2s}{s^2+t^2+1}, \frac{2t}{s^2+t^2+1}, \frac{s^2+t^2-1}{s^2+t^2+1}\right)$

(2) 最大值: $\frac{2}{3}$, 最小値: 0

3

(1) $a_{n+1} = \frac{1}{2}b_n + \frac{1}{2}c_n$

(2) $a_n = \frac{1}{3} - \frac{1}{3}\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

(3) $a_n = \frac{1}{m} - \frac{1}{m}\left(-\frac{1}{m-1}\right)^{n-1}$

4

(1) $l: y = 2x - \frac{\pi}{2} + 1, P\left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}, 0\right)$

(2) $S = \frac{\log 2}{2} - \frac{1}{4}$

(3) $V = \frac{5}{6}\pi - \frac{\pi^2}{4}$