

2024 年度 高知大学（前期）**医学部**

試験時間：120 分

 全問必答

1 $f(x) = x^2$ とする。曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(a, f(a))$ における接線の方程式を $y = g(x)$ とする。実数 t を曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = g(x) + t$ で囲まれた部分の面積が 36 となるように決める。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) t の値を求めよ。
- (2) $a \neq 0$ とする。曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(b, f(b))$ における接線の方程式を $y = h(x)$ とする。実数 s を曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = h(x) + s$ で囲まれた部分の面積が 36 となるように決める。さらに、直線 $y = g(x) + t$ と $y = h(x) + s$ が直交するとき、この 2 直線の交点を P とする。交点 P の x 座標を a を用いて表せ。
- (3) (2) の P は、0 でないどのような a に対しても、すべて一つの直線上にあることを示せ。
- (4) (2) の P が曲線 $y = f(x)$ 上にあるような a の値をすべて求めよ。

2 1000 以下の自然数 x に対し、集合 $A(x)$ と集合 $B(x)$ を次で定義する。

$$A(x) = \{a \mid 1 \leq a \leq 1000 \text{ かつ } a \text{ は } x \text{ の倍数}\}$$

$$B(x) = \{b \mid 1 \leq b \leq 1000 \text{ かつ } x \in A(b)\}$$

また、有限集合 P の要素の個数を $n(P)$ で表す。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $n(A(5))$ を求めよ。
- (2) $n(A(5) \cup A(7) \cup A(11))$ を求めよ。
- (3) $B(99)$ の要素をすべて求めよ。
- (4) $n(B(x)) = 14$ を満たす x をすべて求めよ。

3 正五角形 ABCDE の対角線 AC と BD の交点を F とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) B と C を通る直線は三角形 ABF の外接円に接することを証明せよ。
- (2) 三角形 ABF は二等辺三角形であることを証明せよ。
- (3) $AF^2 = AC \cdot CF$ を証明せよ。

4 a を正の実数とする。 xy 平面上の 2 つの放物線 C_1 と C_2 を次で定義する。

$$C_1 : y = (x - a)^2$$

$$C_2 : y = -x^2 + 5$$

このとき、次の問いに答えよ。

- (1) C_1 と C_2 が異なる 2 つの共有点を持つような a の範囲を求めよ。さらに、これらの共有点のうち、 x 座標の小さなものを P とし、もう一つを Q とする。このとき、 P の座標を求めよ。
- (2) C_1 の頂点を R とする。(1) の P と Q に対し、 $\angle PRQ = 90^\circ$ が成り立つとする。このとき、 a の値を求めよ。
- (3) (2) のとき、3 点 P , Q , R を通る円と y 軸との交点の座標をすべて求めよ。

2024 年度 高知大学（前期）

医学部

（略解）



証明，図示などは省略

1

- (1) $t = 9$ (2) $\frac{4a^2 - 1}{8a}$ (3) 証明は省略 (4) $\pm 3 \pm \frac{\sqrt{35}}{2}$ (複号任意)

2

- (1) 200 (2) 376
(3) 1, 3, 9, 11, 33, 99 (4) 192, 320, 448, 704, 832

3

- (1) 証明は省略 (2) 証明は省略 (3) 証明は省略

4

- (1) $0 < a < \sqrt{10}$, $P\left(\frac{a - \sqrt{10 - a^2}}{2}, \frac{5 + a\sqrt{10 - a^2}}{2}\right)$
(2) $\sqrt{3}$ (3) (0, 0), (0, 5)