2024 年度　関西医科大学（前期）

医学部　試験時間：90 分

全問必答

1　n を 3 以上の整数とする。2 つの変量 x，y のデータが，n 個の x，y の値の組として $(x_1,\ y_1)$，$(x_2,\ y_2)$，$\cdots$，$(x_n,\ y_n)$ で与えられている。この k 番目（$1 \leqq k \leqq n$）のデータが定数 a $\left(0 \leqq a \leqq \dfrac{\pi}{2}\right)$ を用いて次のように表されているとき，以下の設問に答えよ。

$$(x_k,\ y_k) = \left(\cos\left(\frac{2\pi k}{n} + a\right),\ \cos\left(\frac{2\pi k}{n} - a\right)\right)$$

(1)　絶対値が 1 である複素数 α，β について，$\alpha \neq 1$，$\alpha^n = 1$ であるとき，次の値を求めよ。

$$\sum_{k=1}^{n} \alpha^k \beta$$

(2)　x と y の相関係数を求めよ。

2　n を正の整数とする。a_n，a_{n-1}，$\cdots$，a_2，a_1 を，それぞれ 0 または 1 とするとき，$a_n \times (-2)^{n-1} + a_{n-1} \times (-2)^{n-2} + \cdots + a_2 \times (-2)^1 + a_1$ と表される整数を $[a_n\, a_{n-1} \cdots a_2\, a_1]$ と表現する。例えば，

$[110] = 1 \times (-2)^2 + 1 \times (-2)^1 + 0 = 2$ であり，

$[1110] = 1 \times (-2)^3 + 1 \times (-2)^2 + 1 \times (-2)^1 + 0 = -6$ である。

また，ある n に対して $[a_n\, a_{n-1} \cdots a_2\, a_1]$ と表すことのできる整数全体の集合を S_n とする。例えば，$S_1 = \{0,\ 1\}$，$S_2 = \{-2,\ -1,\ 0,\ 1\}$ である。以下の設問に答えよ。

(1)　S_3 を要素を書き並べて表せ。答えだけで良い。

(2)　S_n の要素は連続する 2^n 個の整数であることを示せ。
さらに S_n の要素 x に対して，$x = [a_n\, a_{n-1} \cdots a_2\, a_1]$ と表すことのできる a_n，a_{n-1}，$\cdots$，a_2，a_1 の組は，ただ一通りであることを示せ。

(3)　-24 を $[a_n\, a_{n-1} \cdots a_2\, a_1]$ と表せ。

(4)　2024 を $[a_n\, a_{n-1} \cdots a_2\, a_1]$ と表せ。

3　複素数平面上に，原点 O と点 A(a) をとる。ただし a は実数の定数で $0<a$ を満たす。点 z が線分 OA の垂直二等分線上を動くとき，$w_1 = z^2$ で表される点 w_1 と，$w_2 = -\dfrac{1}{z}$ で表される点 w_2 が描く図形をそれぞれ C，D とする。C と D の共有点の個数を求めよ。

4　平面上に，半径 1 の円 O_1，半径 4 の円 O_2，半径 r の O_3 と，3 本の直線 ℓ_1，ℓ_2，ℓ_3 を，次の条件をすべて満たすように定める。

- 円 O_1 は直線 ℓ_1 に点 A で接し，直線 ℓ_2 は A を通って直線 ℓ_1 に直交する。
- 円 O_2 は，中心が ℓ_2 上にあり，かつ A とは異なる点で O_1 に外接している。
- 円 O_3 は，O_1，O_2 のどちらにも外接し，かつ ℓ_1 に点 B で接する。
- 直線 ℓ_3 は，O_2 と O_3 の共通接線であり O_1 と共有点を持たない。

ℓ_3 と ℓ_1 の交点を C，ℓ_3 と ℓ_2 の交点を D とするとき，以下の設問に答えよ。

(1)　r の値を求めよ。

(2)　線分 AB の長さを求めよ。

(3)　線分 AC の長さを求めよ。

(4)　線分 AD の長さを求めよ。

2024 年度　関西医科大学（後期）

医学部　　試験時間：90 分

全問必答

1　表裏のある 6 枚のカードを横一列にすべて裏向きで並べる。この 6 枚のカードに対して，次の 3 つの操作を，操作 1，操作 2，操作 3 の順に行う。

- 操作 1：6 枚のカードの中から 1 枚のカードを無作為に選んで裏返す。
- 操作 2：6 枚のカードの中から，隣り合う 2 枚のカードを無作為に選び，これら 2 枚のカードを裏返す。
- 操作 3：6 枚のカードの中から，連続して並ぶ 3 枚のカードを無作為に選び，これら 3 枚のカードを裏返す。

ここで，カードを裏返すとは，表を向いているカードは裏を向け，裏を向いているカードは表を向けることを意味する。以下の確率を求めよ。なお，各設問の答えは既約分数で表すこと。

(1)　操作 2 が終了した時点でちょうど 3 枚のカードが表を向いている確率

(2)　操作 3 が終了した時，6 枚のカードがすべて表を向いている確率

(3)　操作 3 が終了した時，ちょうど 4 枚のカードが表を向いている確率

(4)　操作 3 が終了した時，ちょうど 2 枚のカードが表を向いている確率

2　$0 \leqq x$ の範囲で定義される関数 $f(x) = 2\sqrt{x}$ と $g(x) = \dfrac{6x}{2x+1}$ がある。$y = f(x)$ のグラフと $y = g(x)$ のグラフで囲まれる部分の面積を S とするとき，以下の設問に答えよ。

(1)　S の値を求めよ。

(2)　$0 < S < \dfrac{1}{8}$ であることを示せ。なお必要があれば，自然対数の底 e が $2.71 < e < 2.72$ を満たすことを用いてよい。

3　数列 $\{a_n\}$ の初項 a_1 から第 n 項までの和を S_n とする。
$\{a_n\}$ を $a_1 = 2$，$a_{n+1} = S_n - n(n-4)$　$(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ で定めるとき，a_n と S_n をそれぞれ n の式で表せ。

4　xy 平面上の放物線 $H : y = x^2$ と，中心を Q とする円 E が異なる 4 点 A，B，C，D で交わっており，A，B，C，D の x 座標をそれぞれ a，b，c，d（ただし $a < b < c < d$）とする。ここで，直線 AC と直線 BD が直交し，線分 BD の中点 M は直線 AC 上にあり，$\mathrm{AC} = \sqrt{2}\mathrm{BD}$ であるとする。以下の設問に答えよ。

(1)　$a + c$ の値を求めよ。

(2)　Q と M の x 座標をそれぞれ求めよ。

(3)　円 E の方程式を求めよ。

2024 年度　関西医科大学（前期）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1

（1）　0　　（2）　$\cos 2a$

2

（1）　$S_3 = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$　　（2）　証明は省略

（3）　$[1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0]$　　（4）　$[1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0]$

3

$$\begin{cases} 0<a<1 \text{ のとき} & 4\text{ 個} \\ a=1 \text{ のとき} & 2\text{ 個} \\ a>1 \text{ のとき} & 0\text{ 個} \end{cases}$$

4

（1）　$r = \dfrac{5}{4}$　　（2）　$\sqrt{5}$　　（3）　$\dfrac{3\sqrt{5}}{2}$　　（4）　30

2024 年度　関西医科大学（後期）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1

(1) $\frac{2}{3}$　(2) $\frac{1}{20}$　(3) $\frac{2}{5}$　(4) $\frac{29}{60}$

2

(1) $S=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}\log\frac{4}{3}$　(2) 証明は省略

3

$a_1=2$，$a_n=2^n+2n-3$ $(n \geqq 2)$

$S_n=2^{n+1}+n^2-2n-1$

4

(1) $a+c=-1$　(2) Q の x 座標：$-\frac{1}{2}$，M の x 座標：$\frac{1}{2}$

(3) $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{9}{4}\right)^2=4$