

# 2024 年度 自治医科大学（前期）

医学部
試験時間：80 分

全問必答

設問ごとに、与えられた選択肢の中から最も適当なもの一つだけを選び、解答用紙の該当する記号を塗り潰せ。

**1** 整式  $A : ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d$  は実数,  $a \neq 0$ ) について考える。  
 整式  $A$  を整式  $x^2 + x + 1$  で割ると、余りが  $5x + 7$  であり、整式  $A$  を整式  $x^2 + 1$  で割ると、余りが  $2x + 3$  となる。

$a - b + c - d$  の値を求めよ。

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

**2** 不等式  $\log_2(x - 2) < 5.5 + \log_{0.5}(x - 4)$  を満たす整数  $x$  の個数を求めよ。

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

**3**  $N = \frac{k^2 + k + 300}{k^3 + k^2 + 2k + 2}$  ( $k$  は 0 以上の整数) について考える。  
 $N$  が自然数となるすべての  $k$  の値の和を  $S$  とする。  $S$  の値を求めよ。

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

**4**  $x^{\frac{1}{3}} + x^{-\frac{1}{3}} = 3$  のとき、 $\frac{x + x^{-1}}{2}$  の値を求めよ。ただし、 $x$  は実数、 $x \neq 0$  とする。

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

**5** 関数  $y = |3x + 6| + |x - 2|$  ( $x$  は実数) は  $x = k$  で最小値  $m$  をとる ( $k, m$  は実数)。  
 $m - k$  の値を求めよ。

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

**6** 複素数  $z$  が  $|z - 3i| = \sqrt{2}$  ( $i^2 = -1$ ) を満たすとき、 $|z - 3|$  の最大値、最小値をそれぞれ  $M, m$  とする。  
 $\frac{M}{m}$  の値を求めよ。

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

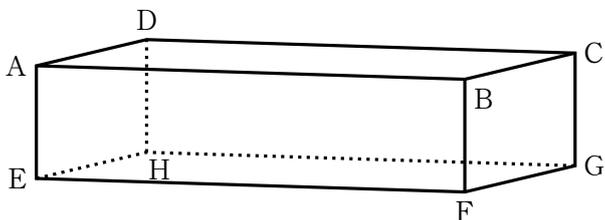
**7** 実数  $x, y$  が  $x^2 + y^2 = 1$  を満たすとき、 $5x^2 + 4xy + y^2$  の最大値を  $M$ 、最小値を  $m$  とする。  
 $\frac{(M - m)^2}{4}$  の値を求めよ。

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

**8**  $\triangle ABC$  において、辺  $BC$  を  $1:2$  に内分する点を  $P$ 、辺  $AB$  を  $1:2$  に内分する点を  $Q$  とする。  
 直線  $AP$  と直線  $CQ$  の交点を  $R$  とするとき、 $\triangle ACR$  の面積は  $\triangle AQR$  の面積の  $k$  倍となる。 $k$  の値を求めよ。

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

**9**  $AB = 4, AD = 2\sqrt{2}, AE = 1$  である直方体  $ABCD-EFGH$  (図を参照のこと) について考える。  
 辺  $EF$  の中点を  $M$  とする。  
 点  $P$  が辺  $GH$  上を動くとき、内積  $\vec{PA} \cdot \vec{PM}$  の最小値を求めよ。



- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

**10** 箱の中に赤いカードが3枚、白いカードが5枚入っている。箱から1枚のカードを取り出して、色を調べてから、もとに戻す試行を続けて32回行うこととする。赤いカードがちょうど  $r$  回出る確率を  $P(r)$  とする ( $r$  は整数,  $0 \leq r \leq 32$ )。  $P(r)$  が最大となる  $r$  の値を  $k$  としたとき、 $\frac{k}{3}$  の値を求めよ。

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

**11** 不等式  $\cos 3\theta + 2\cos 2\theta + 2\cos \theta + 1 \geq 0$  ( $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ) を満たす  $\theta$  の範囲は、 $a \leq \theta \leq b, c \leq \theta \leq d, e \leq \theta \leq f$  と表記される。ただし、 $0 \leq a < b < c < d < e < f \leq 2\pi$  とする。  
 $\frac{c + d + e - f}{a + b}$  の値を求めよ。

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

**12** 2次方程式  $x^2 - x - 1 = 0$  の異なる2つの実数解をそれぞれ  $\alpha, \beta$  と表記する ( $\alpha < \beta$ )。  
 $\frac{\alpha^{10} + \beta^{10} - 3(\alpha^7 + \beta^7)}{12}$  の値を求めよ。

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

**13**  $x$  がすべての実数値をとって変化するとき、関数  $f(x) = \frac{6x-1}{2x^2+x+2}$  について考える。関数  $f(x)$  は  $x = \alpha$  で最小値  $m$ ,  $x = \beta$  で最大値  $M$  をとる。  
 $\alpha + \beta - 5(M + m)$  の値を求めよ。

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉗ 0 | ㉘ 1 | ㉙ 2 | ㉚ 3 | ㉛ 4 |
| ㉜ 5 | ㉝ 6 | ㉞ 7 | ㉟ 8 | ㊱ 9 |

**14** 曲線  $C: x^2 - xy + y^2 = 4$  について考える ( $x, y$  は実数,  $x \geq 0$ )。曲線  $C$  と  $y$  軸で囲まれた部分の面積を  $S$  とする。 $\frac{2\sqrt{3}}{\pi}S$  の値を求めよ。

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉗ 0 | ㉘ 1 | ㉙ 2 | ㉚ 3 | ㉛ 4 |
| ㉜ 5 | ㉝ 6 | ㉞ 7 | ㉟ 8 | ㊱ 9 |

**15** 次の文章を読み、以下の問い (問題 **15** ~ **17**) に対する選択肢から最も適当なものを一つだけ選べ。

半径  $3\sqrt{3}$  の球に内接する円柱の体積を  $V$  とする。この円柱の底面の円の半径を  $r$ , 高さを  $2h$  とする。ただし,  $r$  と  $h$  は実数とする。

(1)  $r^2 = \mathbf{15}$  となる。

**15**

- |                |                |               |               |
|----------------|----------------|---------------|---------------|
| ㉗ $108 - 4h^2$ | ㉘ $108 - 2h^2$ | ㉙ $108 - h^2$ | ㉚ $81 - 9h^2$ |
| ㉛ $81 - 4h^2$  | ㉜ $81 - 2h^2$  | ㉝ $81 - h^2$  | ㉞ $27 - 4h^2$ |
| ㉟ $27 - 2h^2$  | ㊱ $27 - h^2$   |               |               |

(2)  $V = -2\pi(\mathbf{16})$  となる。

**16**

- |               |               |               |               |
|---------------|---------------|---------------|---------------|
| ㉗ $h^3 - 54h$ | ㉘ $h^3 - 48h$ | ㉙ $h^3 - 27h$ | ㉚ $h^3 - 12h$ |
| ㉛ $h^3 - 9h$  | ㉜ $h^3 - 6h$  | ㉝ $h^3 - 4h$  | ㉞ $h^3 - 3h$  |
| ㉟ $h^3 - 2h$  | ㊱ $h^3 - h$   |               |               |

(3)  $V$  は  $h = k$  のとき, 最大値  $M$  をとる。 $\sqrt{\frac{M}{\pi k}}$  の値は **17** となる。

**17**

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉗ 0 | ㉘ 1 | ㉙ 2 | ㉚ 3 | ㉛ 4 |
| ㉜ 5 | ㉝ 6 | ㉞ 7 | ㉟ 8 | ㊱ 9 |

**16** 次の文章を読み、以下の問い（問題 **18** ~ **20**）に対する選択肢から最も適当なもの一つだけ選べ。

$$a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{4a_n - 9}{a_n - 2} \quad (n \text{ は自然数}) \text{ を満たす数列 } \{a_n\} \text{ について考える。}$$

(1) 方程式  $x = \frac{4x - 9}{x - 2}$  ( $x$  は実数,  $x \neq 2$ ) の実数解を  $k$  とする。

$k =$  **18** となる。

**18**

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

(2) (1) で定めた  $k$  に対して,  $\frac{1}{a_{n+1} - k} = \frac{1}{a_n - k} +$  **19** ( $n$  は自然数) が成立する。

**19**

- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ㉠ 0 | ㉡ 1 | ㉢ 2 | ㉣ 3 | ㉤ 4 |
| ㉥ 5 | ㉦ 6 | ㉧ 7 | ㉨ 8 | ㉩ 9 |

(3) 数列  $\{a_n\}$  の一般項は **20** ( $n$  は自然数) となる。

**20**

- |                        |                        |                       |                       |
|------------------------|------------------------|-----------------------|-----------------------|
| ㉠ $\frac{3n-4}{n-2}$   | ㉡ $\frac{3n-5}{n-3}$   | ㉢ $\frac{3n-6}{n-4}$  | ㉣ $\frac{3n-7}{n-5}$  |
| ㉤ $\frac{3n-8}{n-6}$   | ㉥ $\frac{3n-9}{n-7}$   | ㉦ $\frac{6n-7}{2n-3}$ | ㉧ $\frac{6n-9}{2n-5}$ |
| ㉨ $\frac{6n-11}{2n-7}$ | ㉩ $\frac{6n-13}{2n-9}$ |                       |                       |

**17** 次の文章を読み、以下の問い (問題 **21** ~ **25**) に対する選択肢から最も適当なものを一つだけ選べ。

関数  $f(x) = x^3 - 12x^2 - 99x - 70$  について考える。曲線  $C: y = f(x)$  に点  $P\left(\frac{35}{4}, -1280\right)$  から引いた接線のうち、接点の  $x$  座標が曲線  $C$  の変曲点  $K$  の  $x$  座標より大きい接線は 2 本 (接線  $l_1$  および  $l_2$ ) 存在する。ただし、変曲点  $K$  の  $x$  座標を  $t$  ( $t$  は実数) とする。

2 本の接線を  $l_1: y = m_1x + b_1$  ( $m_1, b_1$  は実数),  $l_2: y = m_2x + b_2$  ( $m_2, b_2$  は実数) と表記する ( $m_1 < m_2$ )。

(1) 曲線  $C$  の変曲点  $K$  の  $x$  座標は  $t =$  **21** となる。

**21**

- |                           |                           |                           |                           |                           |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| <input type="radio"/> ア 0 | <input type="radio"/> カ 1 | <input type="radio"/> サ 2 | <input type="radio"/> シ 3 | <input type="radio"/> ナ 4 |
| <input type="radio"/> ハ 5 | <input type="radio"/> マ 6 | <input type="radio"/> ヤ 7 | <input type="radio"/> リ 8 | <input type="radio"/> ワ 9 |

(2) 2 本の接線  $l_1, l_2$  において、

$b_1 =$  **22** となる。

**22**

- |                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| <input type="radio"/> ア -11 | <input type="radio"/> カ -12 | <input type="radio"/> サ -13 | <input type="radio"/> シ -14 | <input type="radio"/> ナ -15 |
| <input type="radio"/> ハ -16 | <input type="radio"/> マ -17 | <input type="radio"/> ヤ -18 | <input type="radio"/> リ -19 | <input type="radio"/> ワ -20 |

$b_2 =$  **23** となる。

**23**

- |                               |                               |                               |                               |                               |
|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| <input type="radio"/> ア -1280 | <input type="radio"/> カ -1290 | <input type="radio"/> サ -1300 | <input type="radio"/> シ -1310 | <input type="radio"/> ナ -1320 |
| <input type="radio"/> ハ -1330 | <input type="radio"/> マ -1340 | <input type="radio"/> ヤ -1350 | <input type="radio"/> リ -1360 | <input type="radio"/> ワ -1370 |

(3)  $\left| \frac{m_1 + m_2}{24} \right|$  の値は **24** となる。

**24**

- |                           |                           |                           |                           |                           |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| <input type="radio"/> ア 0 | <input type="radio"/> カ 1 | <input type="radio"/> サ 2 | <input type="radio"/> シ 3 | <input type="radio"/> ナ 4 |
| <input type="radio"/> ハ 5 | <input type="radio"/> マ 6 | <input type="radio"/> ヤ 7 | <input type="radio"/> リ 8 | <input type="radio"/> ワ 9 |

(4) 曲線  $C$  の  $x \geq t$  の部分と 2 本の接線  $l_1, l_2$  で囲まれた部分の面積を  $S$  とする。  $\sqrt{\frac{2S}{39}}$  の値は **25** となる。

**25**

- |                           |                           |                           |                           |                           |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| <input type="radio"/> ア 0 | <input type="radio"/> カ 1 | <input type="radio"/> サ 2 | <input type="radio"/> シ 3 | <input type="radio"/> ナ 4 |
| <input type="radio"/> ハ 5 | <input type="radio"/> マ 6 | <input type="radio"/> ヤ 7 | <input type="radio"/> リ 8 | <input type="radio"/> ワ 9 |

## 2024年度 自治医科大学（前期）

医学部

（略解）

証明，図示などは省略

1  $\text{ハ} : 5$

2  $\text{ハ} : 5$

3  $\text{サ} : 2$

4  $\text{ワ} : 9$

5  $\text{マ} : 6$

6  $\text{サ} : 2$

7  $\text{ラ} : 8$

8  $\text{マ} : 6$

9  $\text{ヤ} : 7$

10  $\text{ナ} : 4$

11  $\text{ハ} : 5$

12  $\text{タ} : 3$

13  $\text{ヤ} : 7$

14  $\text{ラ} : 8$

15

(1)  $\text{ワ} : 27 - h^2$

(2)  $\text{サ} : h^3 - 27h$

(3)  $\text{マ} : 6$

16

(1)  $\text{タ} : 3$

(2)  $\text{カ} : 1$

(3)  $\text{マ} : \frac{6n-7}{2n-3}$

17

(1)  $\text{ナ} : 4$

(2)  $\text{ワ} : -20$   $\text{ラ} : -1280$

(3)  $\text{マ} : 6$

(4)  $\text{タ} : 3$