

2024 年度 神戸大学（前期）

医学部

試験時間：120 分

 全問必答

- 1** c を正の実数とする。各項が正である数列 $\{a_n\}$ を次のように定める。 a_1 は関数

$$y = x + \sqrt{c - x^2} \quad (0 \leq x \leq \sqrt{c})$$

が最大値をとるときの x の値とする。 a_{n+1} は関数

$$y = x + \sqrt{a_n - x^2} \quad (0 \leq x \leq \sqrt{a_n})$$

が最大値をとるときの x の値とする。数列 $\{b_n\}$ を $b_n = \log_2 a_n$ で定める。以下の問に答えよ。

- (1) a_1 を c を用いて表せ。
- (2) b_{n+1} を b_n を用いて表せ。
- (3) 数列 $\{b_n\}$ の一般項を n と c を用いて表せ。

- 2** a, b, c は実数で、 $a \neq 0$ とする。放物線 C と直線 ℓ_1, ℓ_2 をそれぞれ

$$C : y = ax^2 + bx + c$$

$$\ell_1 : y = -3x + 3$$

$$\ell_2 : y = x + 3$$

で定める。 ℓ_1, ℓ_2 がともに C に接するとき、以下の問に答えよ。

- (1) b を求めよ。また c を a を用いて表せ。
- (2) C が x 軸と異なる 2 点で交わる時、 $\frac{1}{a}$ のとりうる値の範囲を求めよ。
- (3) C と ℓ_1 の接点を P 、 C と ℓ_2 の接点を Q 、放物線 C の頂点を R とする。 a が (2) の条件を満たしながら動くとき、 $\triangle PQR$ の重心 G の軌跡を求めよ。

- 3** n を自然数とする。以下の問に答えよ。

- (1) 1 個のサイコロを投げて出た目が必ず n の約数となるような n を小さい順に 3 つ求めよ。
- (2) 1 個のサイコロを投げて出た目が n の約数となる確率が $\frac{5}{6}$ であるような n を小さい順に 3 つ求めよ。
- (3) 1 個のサイコロを 3 回投げて出た目の積が 160 の約数となる確率を求めよ。

4 1 辺の長さが $\sqrt{2}$ の正方形 ABCD を底面にもち、高さが 1 である直方体 ABCD-EFGH を、頂点の座標がそれぞれ

$$A(1, 0, 0), B(0, 1, 0), C(-1, 0, 0), D(0, -1, 0),$$

$$E(1, 0, 1), F(0, 1, 1), G(-1, 0, 1), H(0, -1, 1)$$

になるように xyz 空間内におく。以下の問に答えよ。

- (1) 直方体 ABCD-EFGH を直線 AE のまわりに 1 回転してできる回転体を X_1 とし、また直線 AB のまわりに 1 回転してできる回転体を X_2 とする。 X_1 の体積 V_1 と X_2 の体積 V_2 を求めよ。
- (2) $0 \leq t \leq 1$ とする。平面 $x = t$ と線分 EF の共有点の座標を求めよ。
- (3) 直方体 ABCD-EFGH を x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体を X_3 とする。 X_3 の体積 V_3 を求めよ。

5 0 以上の実数 x に対して、

$$f(x) = \frac{1}{2} \int_{-x}^x \frac{1}{1+u^2} du$$

と定める。以下の問に答えよ。

- (1) $0 \leq \alpha < \frac{\pi}{2}$ を満たす実数 α に対して、 $f(\tan \alpha)$ を求めよ。
- (2) xy 平面上で、次の連立不等式の表す領域を図示せよ。


$$0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, f(x) + f(y) \leq f(1)$$

またその領域の面積を求めよ。

2024 年度 神戸大学 (前期)

医学部

(略解)

 証明, 図示などは省略**1**

(1) $a_1 = \sqrt{\frac{c}{2}}$

(2) $b_{n+1} = \frac{1}{2}(b_n - 1)$

(3) $b_n = -1 + (\log_2 c + 1) \left(\frac{1}{2}\right)^n$

2

(1) $b = -1, c = 3 + \frac{1}{a}$

(2) $-4 < \frac{1}{a} < 0$

(3) 2 点 $(0, 3), \left(-\frac{2}{3}, -\frac{10}{3}\right)$ を結ぶ線分 (両端を含まない)

3

(1) 60, 120, 180

(2) 12, 24, 30

(3) $\frac{53}{216}$

4

(1) $V_1 = 4\pi, V_2 = 3\sqrt{2}\pi$

(2) $(t, 1-t, 1)$

(3) $\frac{8}{3}\pi$

5

(1) α

(2) 図示は省略, $2\log 2 - 1$