

# 2024 年度 神戸大学 (前期)

医学部

試験時間：120 分

全問必答

- 1**  $c$  を正の実数とする。各項が正である数列  $\{a_n\}$  を次のように定める。 $a_1$  は関数

$$y = x + \sqrt{c - x^2} \quad (0 \leq x \leq \sqrt{c})$$

が最大値をとるときの  $x$  の値とする。 $a_{n+1}$  は関数

$$y = x + \sqrt{a_n - x^2} \quad (0 \leq x \leq \sqrt{a_n})$$

が最大値をとるときの  $x$  の値とする。数列  $\{b_n\}$  を  $b_n = \log_2 a_n$  で定める。以下の間に答えよ。

- (1)  $a_1$  を  $c$  を用いて表せ。
- (2)  $b_{n+1}$  を  $b_n$  を用いて表せ。
- (3) 数列  $\{b_n\}$  の一般項を  $n$  と  $c$  を用いて表せ。

- 2**  $a, b, c$  は実数で、 $a \neq 0$  とする。放物線  $C$  と直線  $\ell_1, \ell_2$  をそれぞれ

$$C : y = ax^2 + bx + c$$

$$\ell_1 : y = -3x + 3$$

$$\ell_2 : y = x + 3$$

で定める。 $\ell_1, \ell_2$  がともに  $C$  に接するとき、以下の間に答えよ。

- (1)  $b$  を求めよ。また  $c$  を  $a$  を用いて表せ。
- (2)  $C$  が  $x$  軸と異なる 2 点で交わるとき、 $\frac{1}{a}$  のとりうる値の範囲を求めよ。
- (3)  $C$  と  $\ell_1$  の接点を  $P$ ,  $C$  と  $\ell_2$  の接点を  $Q$ , 放物線  $C$  の頂点を  $R$  とする。 $a$  が (2) の条件を満たしながら動くとき、 $\triangle PQR$  の重心  $G$  の軌跡を求めよ。

- 3**  $n$  を自然数とする。以下の間に答えよ。

- (1) 1 個のサイコロを投げて出た目が必ず  $n$  の約数となるような  $n$  を小さい順に 3 つ求めよ。
- (2) 1 個のサイコロを投げて出た目が  $n$  の約数となる確率が  $\frac{5}{6}$  であるような  $n$  を小さい順に 3 つ求めよ。
- (3) 1 個のサイコロを 3 回投げて出た目の積が 160 の約数となる確率を求めよ。

**4** 1 辺の長さが  $\sqrt{2}$  の正方形 ABCD を底面にもち、高さが 1 である直方体 ABCD-EFGH を、頂点の座標がそれぞれ

$$A(1, 0, 0), B(0, 1, 0), C(-1, 0, 0), D(0, -1, 0),$$

$$E(1, 0, 1), F(0, 1, 1), G(-1, 0, 1), H(0, -1, 1)$$

になるように  $xyz$  空間内におく。以下の間に答えよ。

- (1) 直方体 ABCD-EFGH を直線 AE のまわりに 1 回転してできる回転体を  $X_1$  とし、また直線 AB のまわりに 1 回転してできる回転体を  $X_2$  とする。 $X_1$  の体積  $V_1$  と  $X_2$  の体積  $V_2$  を求めよ。
- (2)  $0 \leq t \leq 1$  とする。平面  $x = t$  と線分 EF の共有点の座標を求めよ。
- (3) 直方体 ABCD-EFGH を  $x$  軸のまわりに 1 回転してできる回転体を  $X_3$  とする。 $X_3$  の体積  $V_3$  を求めよ。

**5** 0 以上の実数  $x$  に対して、

$$f(x) = \frac{1}{2} \int_{-x}^x \frac{1}{1+u^2} du$$

と定める。以下の間に答えよ。

- (1)  $0 \leq \alpha < \frac{\pi}{2}$  を満たす実数  $\alpha$  に対して、 $f(\tan \alpha)$  を求めよ。

- (2)  $xy$  平面上で、次の連立不等式の表す領域を図示せよ。

$$0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, f(x) + f(y) \leq f(1)$$

またその領域の面積を求めよ。

# 2024 年度 神戸大学 (前期)

医学部

(略解)

証明, 図示などは省略

1

(1)  $a_1 = \sqrt{\frac{c}{2}}$

(2)  $b_{n+1} = \frac{1}{2}(b_n - 1)$

(3)  $b_n = -1 + (\log_2 c + 1) \left(\frac{1}{2}\right)^n$

2

(1)  $b = -1, c = 3 + \frac{1}{a}$

(2)  $-4 < \frac{1}{a} < 0$

(3) 2 点  $(0, 3), \left(-\frac{2}{3}, -\frac{10}{3}\right)$  を結ぶ線分 (両端を含まない)

3

(1)  $60, 120, 180$

(2)  $12, 24, 30$

(3)  $\frac{53}{216}$

4

(1)  $V_1 = 4\pi, V_2 = 3\sqrt{2}\pi$

(2)  $(t, 1-t, 1)$

(3)  $\frac{8}{3}\pi$

5

(1)  $\alpha$

(2) 図示は省略,  $2\log 2 - 1$