2024 年度　滋賀医科大学（前期）

医学部　試験時間：120 分

全問必答

1　n，m は 2 以上 100 以下の自然数とする。

(1)　2^n の一の位が 2 となる n はいくつあるか。

(2)　6^n の十の位が 3 となる n はいくつあるか。

(3)　$\log_n m$ が有理数となる $(n,\ m)$ の組はいくつあるか。

2　平面上に 3 点 O，A，B があり，それらは一直線上にないものとする。半直線 OA 上に O と異なる点 P があり，半直線 OB 上に O と異なる点 Q がある。O，A，B を頂点とする三角形を T とし，O，P，Q を頂点とする三角形を U とする。

(1)　$\mathrm{OP}+\mathrm{OQ}=\mathrm{OA}+\mathrm{OB}$ であり，U と T の面積が等しいとき，U と T は合同であることを示せ。

(2)　$\mathrm{PQ}=\mathrm{AB}$ であり，U と T の面積が等しいとき，U と T は合同であることを示せ。

(3)　$\mathrm{OP}+\mathrm{OQ}$ が一定であるように P，Q が動くとする。U の面積が最大となるのは，$\mathrm{OP}=\mathrm{OQ}$ のときであることを示せ。

(4)　PQ が一定であるように P，Q が動くとする。U の面積が最大となるのは，$\mathrm{OP}=\mathrm{OQ}$ のときであることを示せ。

3　0 でない複素数 z に対して，

$$w=\left(2z+\frac{3}{z}\right)^2$$

とおく。複素数平面上において，次の問いに答えよ。なお，点を求めるとは，その点を表す複素数を求めることである。

(1)　点 z が原点を中心とする半径 $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ の円上を動くとき，点 w はある線分を描くことを示し，その線分の両端の点を求めよ。

(2)　点 z が原点を中心とする半径 1 の円上を動くとき，点 w はある楕円を描くことを示し，その楕円の焦点を求めよ。

(3)　a を 1 でない正の実数，i を虚数単位とし，原点および点 $a+i$ を通る直線を ℓ とする。点 z が ℓ 上の原点以外の点を動くとき，点 w はある双曲線上にあることを示し，その双曲線の焦点を求めよ。

4　a を正の実数，n を正の整数とする。次を示せ。

(1)　$e^a = 1 + a + \int_0^a (a-x)e^x\,dx$

(2)　$\int_0^a (a-x)^n e^x\,dx = \dfrac{a^{n+1}}{n+1} + \int_0^a \dfrac{(a-x)^{n+1}}{n+1} e^x\,dx$

(3)　$e^a = 1 + a + \dfrac{a^2}{2} + \dfrac{a^3}{6} + \int_0^a \dfrac{(a-x)^3}{6} e^x\,dx$

(4)　$e^a \leqq 1 + a + \dfrac{a^2}{2} + \dfrac{a^3}{6} + \dfrac{a^4}{24} e^a$

(5)　$e < 2.8$

2024 年度　滋賀医科大学（前期）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1

（1）　24 個　　（2）　20 個　　（3）　149 組

2

（1）　証明は省略　　（2）　証明は省略　　（3）　証明は省略　　（4）　証明は省略

3

（1）　証明は省略，A(0)，B(24)　　（2）　証明は省略，焦点：A(0)，B(24)

（3）　証明は省略，焦点：A(0)，B(24)

4

（1）　証明は省略　　（2）　証明は省略　　（3）　証明は省略

（4）　証明は省略　　（5）　証明は省略