2024 年度　東邦大学（前期）

医学部　試験時間：90 分

全問必答

1　$a=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$，$b=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$ のとき，$a^2+b^2=$ $\boxed{\text{アイ}}$ および $a^5+b^5=$ $\boxed{\text{ウエオ}}$ である。

2　白玉 7 個，青玉 3 個が入っている袋から，玉を 1 個ずつ 3 回続けて取り出す。ただし，取り出した玉はもとに戻さないものとする。3 回目に取り出した玉が青玉である確率は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キク}}}$ である。3 回目に取り出した玉が青玉であるときに，1 回目と 2 回目に取り出した 2 個の玉が，青玉と白玉それぞれ 1 個ずつである確率は $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ である。

3　$\sqrt{\dfrac{n^2}{4}+104}$ が自然数となるような整数 n で最大のものは $\boxed{\text{シス}}$ である。

4　a を 0 でない定数として，2 つの分数関数 $f(x)=\dfrac{3x}{2x+a}$ と $g(x)=\dfrac{2x}{x+9}$ を考える。$f(x)$ と，$f(x)$ の逆関数が一致するような a の値は $a=$ $\boxed{\text{セソ}}$ である。
また，2 つの合成関数 $g(f(x))$ と $f(g(x))$ が一致するような a の値は $a=$ $\boxed{\text{タチ}}$ である。

5　関数 $f(x)=(1-2x+3x^2-4x^3)e^x$ を考える。$n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$ に対して，$f(x)$ を n 回微分して得られる関数 $f^{(n)}(x)$ を

$$f^{(n)}(x)=(a_n+b_nx+c_nx^2+d_nx^3)e^x$$

と表す。このとき，数列 $\{c_n\}$ は公差が $\boxed{\text{アイウ}}$ の等差数列である。また，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{b_n}{n^2}=$ $\boxed{\text{エオカ}}$ が成り立つ。

6　k を実数とする。xy 平面において，不等式 $x^2-2kx+y^2-4(k-3)y+5k^2-24k+34\leqq 0$ の表す領域を D_1，不等式 $y^2-x^2\leqq 0$ の表す領域を D_2 とする。領域 D_1 は円の内部および周上の点全体の集合であり，この円の中心は直線 $y=$ $\boxed{\text{キク}}$ $+$ $\boxed{\text{ケ}}$ x 上にある。領域 D_1 が領域 D_2 に含まれるような実数 k の値の範囲は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\leqq k\leqq$ $\boxed{\text{シ}}$ である。

7　四角形 ABCD において，$\mathrm{AB}=\mathrm{DA}=\mathrm{AC}=\sqrt{2}$，$\mathrm{BC}=\mathrm{CD}=1$ とする。このとき，$\cos\angle\mathrm{BAC}=\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である。また，辺 BC，DA の中点をそれぞれ E，F とすると，$\mathrm{EF}=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ソタ}}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である。

8　曲線 $y=f(x)$ の媒介変数表示は，$x=\dfrac{1}{2}\left(t+\dfrac{1}{t}\right)$，$y=\log t$（$t\geqq 1$）で与えられる。このとき，方程式 $f(x)=2f(5)$ の解は $x=\boxed{\text{アイ}}$ である。また，曲線 $y=f(x)$ の $2\leqq x\leqq 7$ の部分の長さは $\boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$ である。

9　平面上に 1 辺の長さが 2 の正三角形 ABC と点 P があり，正三角形 ABC の重心 G に対して $\left|\overrightarrow{\mathrm{AP}}+\overrightarrow{\mathrm{AG}}\right|-\left|\overrightarrow{\mathrm{AP}}-\overrightarrow{\mathrm{AG}}\right|=\dfrac{1}{2}\left|\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AC}}\right|$ を満たす。

$a>0$ のとき，$\overrightarrow{\mathrm{AP}}=a\overrightarrow{\mathrm{AG}}$ となる a の値は $a=\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

$b>0$ のとき，$\overrightarrow{\mathrm{AP}}=b\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ となる b の値は $b=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である。

10　2 つの定数 a，b があり，$x>-1$ を満たすすべての実数 x に対して $(x+1)^{-\frac{4}{5}}\geqq ax+1$ および $(x+1)^{\frac{1}{5}}\leqq bx+1$ が成り立つ。このとき，$a=\dfrac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$，$b=\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

不等式 $\left(1+\dfrac{1}{4}\right)^{\frac{1}{5}}\leqq 1+\dfrac{n}{1000}$ を成り立たせるような最小の自然数 n は $n=\boxed{\text{セソ}}$ である。

2024 年度　東邦大学（前期）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1　ア～イ：14　ウ～オ：724

2　カ～ク：$\frac{3}{10}$　ケ～サ：$\frac{7}{18}$

3　シ～ス：50

4　セ～ソ：-3　タ～チ：17

5　ア～ウ：-12　エ～カ：-12

6　キ～ケ：$-6+2x$　コ～シ：$\frac{8}{3} \leqq k \leqq 4$

7　ス～セ：$\frac{3}{4}$　ソ～チ：$\frac{\sqrt{22}}{4}$

8　ア～イ：49　ウ～エ：$3\sqrt{3}$

9　オ～カ：$\frac{3}{4}$　キ～ク：$\frac{\sqrt{7}}{4}$

10　ケ～サ：$\frac{-4}{5}$　シ～ス：$\frac{1}{5}$　セ～ソ：46