2024 年度　愛知医科大学（前期）

医学部　試験時間：80 分

全問必答

1　次の (1)〜(4) の設問に対して，答えのみを下の解答欄に記入せよ。

(1)

(a)　2024 の正の約数の個数を求めよ。

(b)　2024 の正の約数の総和を求めよ。

(2)　A，B 両者が勝負をして，先に 4 勝した方を優勝者とする。A，B 共に確率は $\frac{1}{2}$ で，引き分けはないものとするとき，次の問いに答えよ。

(a)　4 試合目で優勝者が決まる確率を求めよ。

(b)　6 試合目で優勝者が決まる確率を求めよ。

(3)　平面上に，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{0}$，$|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|=5$，$|\overrightarrow{\mathrm{OB}}|=4$，$|\overrightarrow{\mathrm{OC}}|=6$ を満たす 3 つのベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ がある。このとき，次の問いに答えよ。

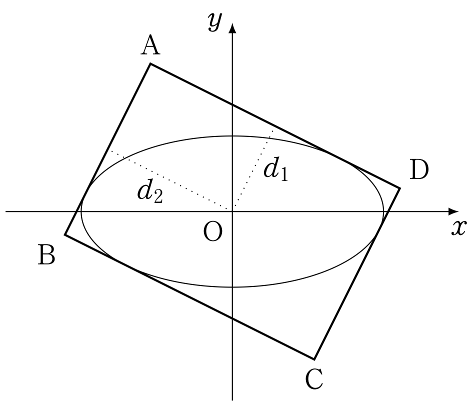
(a)　$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を求めよ。

(b)　$\triangle\mathrm{ABC}$ の面積を求めよ。

(4)　次の空欄を埋めよ。

a を正の定数とし，関数 $f(x)=\sqrt{x^2+a}+\dfrac{1}{\sqrt{x^2+a}}$ を考える。$f'(x)=\dfrac{\boxed{\text{(a)}}}{(x^2+a)^{\frac{3}{2}}}$ であるので，$f(x)$ が極大値をもつための条件は $0<a<\boxed{\text{(b)}}$ であり，そのときの $f(x)$ の極大値は $\boxed{\text{(c)}}$，極小値は $\boxed{\text{(d)}}$ である。

2　楕円 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$ に 4 点で外接する長方形 ABCD を考えるとき，次の問いに答えよ。



(1)　直線 AD の方程式が $ax+by+c=0$ であるとする。原点から辺 AD への距離 d_1 と原点から辺 AB への距離 d_2 を a，b で表せ。

(2)　この長方形の対角線の長さ L を求めよ。

(3)　この長方形の面積 S の最大値およびそのときの長方形の頂点の座標を求めよ。

3　$-\sqrt{k} \leqq x \leqq \sqrt{k}$（$k=1$，$2$，$\cdots$）を満たす整数 x の個数を a_k，$S_n=\sum_{k=1}^{n} a_k$（$n=1$，2，$\cdots$）とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1)　S_4 を求めよ。

(2)　不等式 $2\sqrt{k}-1<a_k \leqq 2\sqrt{k}+1$（$k=1$，$2$，$\cdots$）を証明せよ。

(3)　極限 $\lim_{n\to\infty}\dfrac{S_n}{n^{\frac{3}{2}}}$ を求めよ。

2024年度　愛知医科大学（前期）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1

(1)

(a)　16　　(b)　4320

(2)

(a)　$\frac{1}{8}$　　(b)　$\frac{5}{16}$

(3)

(a)　$-\frac{5}{2}$　　(b)　$\frac{45\sqrt{7}}{4}$

(4)　(a) : $x^3+(a-1)x$　(b) : 1　(c) : $\sqrt{a}+\frac{1}{\sqrt{a}}$　(d) : 2

2

(1)　$d_1=\sqrt{\frac{4a^2+b^2}{a^2+b^2}}$，$d_2=\sqrt{\frac{a^2+4b^2}{a^2+b^2}}$

(2)　$L=2\sqrt{5}$

(3)　最大値：10，頂点の座標：$(\sqrt{5},\ 0)$，$(0,\ \sqrt{5})$，$(-\sqrt{5},\ 0)$，$(0,\ -\sqrt{5})$

3

(1)　$S_4=14$　　(2)　証明は省略　　(3)　$\frac{4}{3}$