

2024 年度 島根大学 (前期)

医学部

試験時間：120 分

全問必答

1 次の問いに答えよ。

- (1) 方程式 $9^x - 3^x = 1$ を解け。
- (2) 方程式 $25^x - 15^x = 9^x$ を解け。

2 O を座標平面の原点とし、平面上の 2 点 P と Q が $|\vec{OP} - 2\vec{OQ}| = 1$, $|2\vec{OP} - \vec{OQ}| = 1$ をみたしながら動くとする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) $\vec{OP} - 2\vec{OQ}$ と $2\vec{OP} - \vec{OQ}$ のなす角が 0 のときの $|\vec{OP}|$ を求めよ。また、 $\vec{OP} - 2\vec{OQ}$ と $2\vec{OP} - \vec{OQ}$ のなす角が π のときの $|\vec{OP}|$ を求めよ。
- (2) $|\vec{OP} + 2\vec{OQ}|$ のとる最大値を M 、最小値を m とするとき、 M と m の値を求めよ。

3 関数 $f(x)$, $g(x)$ を

$$f(x) = (-x^2 + 2) \sin x - 2x \cos x \quad (0 < x < \pi)$$

$$g(x) = \frac{\sin x}{x} \quad (0 < x < \pi)$$

と定めるとき、次の問いに答えよ。ただし、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ を用いてよい。

- (1) $f(x) = 0$ をみたす x はただ 1 つであることを示せ。
- (2) $f(x) = 0$ をみたす x の値を α とする。関数 $y = g(x)$ の増減、グラフの凹凸を調べ、そのグラフの概形をかけ。ただし、 α と $g(\alpha)$ の値を求める必要はない。
- (3) $0 < t < \frac{\pi}{2}$ に対し、
$$\int_{\frac{\pi}{2}-t}^{\frac{\pi}{2}} g(x) dx > \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}+t} g(x) dx$$
が成り立つことを示せ。

4 次の問いに答えよ。

- (1) $(x + 1)^5$ を展開せよ。
- (2) p を素数、 k を $0 < k < p$ をみたす自然数とするとき、 ${}_pC_k$ は p の倍数であることを示せ。ただし、 ${}_pC_k$ は p 個から k 個取る組合せの総数とする。
- (3) p を素数、 n を自然数とするとき、 $n^p - n$ は p の倍数であることを、数学的帰納法によって証明せよ。

2024 年度 島根大学 (前期)

医学部

(略解)

證明, 図示などは省略

1

(1) $x = \log_3 \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

(2) $x = \log_{\frac{5}{3}} \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

2

(1) $\frac{1}{3}, 1$

(2) $M = 3, m = \frac{1}{3}$

3

(1) 証明は省略

(2) 図示は省略

(3) 証明は省略

4

(1) $x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 10x^2 + 5x + 1$

(2) 証明は省略

(3) 証明は省略