2024 年度　山梨大学（後期）

医学部　試験時間：90 分

全問必答

1　次の問題文の空欄 $\boxed{\text{ア}}$ から $\boxed{\text{ケ}}$ にあてはまるものを解答欄に記入せよ。ただし有理数を分数で表す場合は既約分数とせよ。

(1)　$\mathrm{OA}=2$，$\mathrm{OB}=3$，$\cos\angle\mathrm{AOB}=\dfrac{1}{6}$ である $\triangle\mathrm{OAB}$ において，点 O を通り直線 AB に垂直な直線を点 A を通り直線 OB に垂直な直線の交点を H とする。このとき，$\overrightarrow{\mathrm{OH}}=\boxed{\text{ア}}\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\boxed{\text{イ}}\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ である。

(2)　$x_1+x_2+x_3=4$ を満たす自然数の組 $(x_1,\ x_2,\ x_3)$ は $(1,\ 1,\ 2)$，$(1,\ 2,\ 1)$，$(2,\ 1,\ 1)$ であり，組の数は 3 組である。$2\leqq m\leqq n$ を満たす自然数 $m,\ n$ に対し，$\displaystyle\sum_{k=1}^{m}x_k=n$ を満たす自然数の組 $(x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_m)$ について組の数は $\boxed{\text{ウ}}$ 組である。また，$p={}_{198}\mathrm{C}_{98}$ とするとき，$\displaystyle\sum_{k=1}^{100}x_k\leqq 200$ を満たす自然数の組 $(x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_{100})$ について組の数を p の式で表すと $\boxed{\text{エ}}$ 組である。

(3)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=0}^{n}\frac{n^3}{3n^4+4n^2k^2+k^4}=\boxed{\text{オ}}$ である。

(4)　$x>0$ とするとき，関数 $f(x)=x^{\sin x}$，$\displaystyle g(x)=\int_x^{2x+\pi}(x+t)f(t)\,dt$ について，$\{f'(\pi)\}^2-f(\pi)f''(\pi)$ の値は $\boxed{\text{カ}}$ であり，$g''\left(\dfrac{\pi}{2}\right)-10\pi f'(2\pi)$ の値は $\boxed{\text{キ}}$ である。

(5)　平面上の点 $(6,\ 18)$ を通る傾き m の直線 ℓ と放物線 $y=\dfrac{1}{2}x^2+\dfrac{1}{2}x-\dfrac{3}{8}$ が 2 つの共通点 A，B をもつとし，線分 AB の長さを d とする。ここで $m=0$ とき $d=\boxed{\text{ク}}$ である。また，$d=12$ となるような m の最小の値は $\boxed{\text{ケ}}$ である。

2　中が見えない壺に，6 個の赤玉と 4 個の白玉が入っている。ここから玉を 1 回に 1 個取り出し，元に戻さないとする。n 個の玉を取り出した時点で，取り出した赤玉の総数を r_n，白玉の総数を w_n とする。このとき，$r_1\geqq w_1$，$r_2\geqq w_2$，$\cdots$，$r_{10}\geqq w_{10}$ がすべて成り立つ確率を求めよ。

3　自然数 j，k に対して

$$A_{j,k}=j(j+1)\cdots(j+k-1),\ B_{j,k}=(j+2k+1)A_{j,k}$$

と定めるとき，2 以上の自然数 n に対し，次の問いに答えよ。

(1)　$B_{1,1}$，$B_{2,1}$，$\cdots$，$B_{n,1}$ の最大公約数を求めよ。

(2)　$B_{1,k}$，$B_{2,k}$，$\cdots$，$B_{n,k}$ の最大公約数を求めよ。

4　等式

$$\int_0^{2x}f(t)\,dt+\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}(x+t)^2f(t)\,dt=\sin 2x+a$$

を満たす連続な関数 $f(x)$ および定数 a の値を求めよ。

2024年度　山梨大学（後期）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1

(1)　ア：$\dfrac{8}{35}$　イ：$\dfrac{3}{35}$

(2)　ウ：${}_{n-1}\mathrm{C}_{m-1}$　エ：$\dfrac{398}{99}p$

(3)　オ：$\dfrac{9-2\sqrt{3}}{72}\pi$

(4)　カ：$\dfrac{2}{\pi}$　キ：$-\dfrac{5}{2}\pi+8$

(5)　ク：$2\sqrt{37}$　ケ：$\dfrac{9-\sqrt{77}}{2}$

2　$\dfrac{3}{7}$

3

(1)　2

(2)　$(k+1)!$

4　$a=2$