2024 年度　富山大学（前期）

医学部　試験時間：120 分

全問必答

1　次の問いに答えよ。

(1)　$F(t)=\sqrt{t(t+1)}+\log(\sqrt{t+1}-\sqrt{t})$ とする。$t>0$ において $\{F'(t)\}^2$ を求めよ。

(2)　実数 a，b は 3 つの不等式 $a^2+b^2 \leqq 1$，$a \geqq 0$，$b \geqq 0$ を同時に満たしながら動くとする。座標平面上の点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ を $x=a+b$，$y=ab$ によって定め，点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ の動く領域を D とする。

(a) 領域 D を座標平面上に図示せよ。

(b) 不等式 $\dfrac{1}{16} \leqq t \leqq \dfrac{1}{6}$ を満たす t に対して，直線 $y=t$ と領域 D の共有点のうち x 座標が最小となる点を $(f(t),\ t)$，x 座標が最大となる点を $(g(t),\ t)$ とする。定積分

$$\int_{\frac{1}{16}}^{\frac{1}{6}} \frac{f(t)}{g(t)}\,dt$$

を求めよ。

2　座標平面上の曲線 C_1：$x^2+y^2=1$ $(y \geqq 0)$ を考える。C_1 上に 2 点 $\mathrm{A}(-1,\ 0)$，$\mathrm{B}(1,\ 0)$ をとり，$\angle \mathrm{BAP}=\theta$ $\left(0<\theta<\dfrac{\pi}{6}\right)$ となる C_1 上の点を P とする。弧 AP を直線 AP に関して対称に折り返した曲線において $x \geqq 0$ を満たす部分を C_2 とし，C_2 と線分 AB との交点を Q とおく。

(1)　線分 AQ の長さを θ を用いて表せ。

(2)　線分 AP，線分 AQ および曲線 C_2 で囲まれた部分の面積を $f(\theta)$ とする。$f(\theta)$ を θ を用いて表せ。

(3)　弧 BP，線分 BQ および曲線 C_2 で囲まれた部分の周囲の長さを $g(\theta)$ とする。$g(\theta)$ を θ を用いて表せ。

(4)　(2) で求めた $f(\theta)$ と (3) で求めた $g(\theta)$ に対して，$\displaystyle\lim_{\theta \to +0} \frac{f(\theta)}{g(\theta)}$ を求めよ。

3　次の問いに答えよ。

(1)　$\dfrac{2024!}{2^n}$ が整数となるような自然数 n のうち，最大のものを求めよ。

(2)　$\dfrac{m!}{2^{2024}}$ が整数となるような自然数 m のうち，最小のものを求めよ。

2024 年度　富山大学（前期）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1

(1) $\{F'(t)\}^2 = \dfrac{t}{t+1}$

(2) (a) 図示は省略

(b) $\dfrac{\sqrt{2}}{4}\left(\dfrac{7}{12} + \log\dfrac{2}{3}\right)$

2

(1) $\mathrm{AQ} = 2\cos 2\theta$

(2) $f(\theta) = \dfrac{1}{2}\sin 4\theta + \theta - \dfrac{1}{2}\sin 2\theta$

(3) $g(\theta) = 4\theta + 4\sin^2\theta$

(4) $\dfrac{1}{2}$

3

(1) 2017

(2) 2032