2024 年度　佐賀大学（前期）

医学部　試験時間：120 分

全問必答

1　平面上に $\mathrm{OA}=4$，$\mathrm{OB}=\sqrt{2}$ を満たす $\triangle\mathrm{OAB}$ がある。頂点 B から直線 OA に下ろした垂線を BC とする。また，頂点 O から直線 AB に下ろした垂線を OD とする。このとき，点 C は辺 OA を $1:3$ に内分しているとする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$ とおくとき，次の問に答えよ。

(1)　内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ を求めよ。

(2)　実数 s，t を用いて $\overrightarrow{\mathrm{OD}}=s\vec{a}+t\vec{b}$ の形に表すとき，s と t の値を求めよ。さらに，$\left|\overrightarrow{\mathrm{OD}}\right|$ の値を求めよ。

(3)　直線 BC と直線 OD の交点を P とするとき，$\left|\overrightarrow{\mathrm{OP}}\right|$ の値を求めよ。

2　座標平面上で，点 P は原点 $(0,\ 0)$ を出発点とし，1 個のさいころを投げて出た目によって次の通りに動くものとする。

出た目が奇数のとき，x 軸の正の向きに 1 だけ動く

出た目が 2 または 4 のとき，x 軸の負の向きに 1 だけ動く

出た目が 6 のとき，y 軸の正の向きに 1 だけ動く

n を 2 以上の自然数とするとき，次の問に答えよ。

(1)　さいころを n 回投げるとき，点 P の座標が $(1,\ n-1)$ となる場合は何通りあるか。

(2)　さいころを n 回投げるとき，点 P の座標が $(0,\ n-2)$ となる場合は何通りあるか。

(3)　さいころを n 回投げるとき，点 P の x 座標が 0 以上，かつ y 座標が $n-2$ 以上となる場合は何通りあるか。

3　k を定数とする。曲線 $y=e^{\sqrt{x}}$ と直線 $y=kx$ が 1 点 P で接しているとき，次の問に答えよ。

(1)　曲線 $y=e^{\sqrt{x}}$ の凹凸，変曲点を調べ，その概形をかけ。

(2)　定数 k の値と点 P の座標を求めよ。

(3)　曲線 $y=e^{\sqrt{x}}$ と直線 $y=kx$ および y 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。

4　複素数平面上に $|\alpha|=2$ を満たす点 A(α) がある。方程式

$$|z-1|=\sqrt{2} \cdots\cdots ①$$

$$|z-\alpha|=\sqrt{5} \cdots\cdots ②$$

について，次の問に答えよ。

(1)　複素数平面上で方程式 ① を満たす点 z の全体が表す図形を描け。また，方程式 ① および ② を満たす複素数 z の個数が 2 個であることを示せ。

(2)　方程式 ① および ② を満たす複素数 z について

$$\overline{z}(\alpha-1)+z(\overline{\alpha}-1)=0$$

が成り立つことを示せ。

(3)　方程式 ① および ② を満たす異なる 2 つの複素数を β，γ とする。2 点 B(β)，C(γ) と原点 O が一直線上にあることを示せ。また，$|\beta|=b$ とおくとき，$|\gamma|$ を b を用いて表せ。

2024年度　佐賀大学（前期）

医学部 （略解）

証明，図示などは省略

1

（1）　4

（2）　$s=-\dfrac{1}{5}$，$t=\dfrac{6}{5}$，$|\overrightarrow{\mathrm{OD}}|=\dfrac{2\sqrt{10}}{5}$

（3）　$|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|=\sqrt{10}$

2

（1）　$3n$ 通り

（2）　$6n(n-1)$ 通り

（3）　$\dfrac{21}{2}n^2-\dfrac{15}{2}n+1$ 通り

3

（1）　図示は省略

（2）　$k=\dfrac{e^2}{4}$，$\mathrm{P}(4,\ e^2)$

（3）　2

4

（1）　図示は省略，証明は省略

（2）　証明は省略

（3）　証明は省略，$|\gamma|=\dfrac{1}{b}$