

2024年度 三重大学 (前期)

医学部

試験時間：120 分

📖 全問必答

1 以下の問いに答えよ。

- (1) 1枚のコインを6回投げるとき、表が3回以上出る確率を求めよ。
- (2) $\sqrt{11}$ が無理数であることを用いて $p\sqrt{11} = q$ となる有理数 p, q は $p = 0, q = 0$ であることを示せ。さらに $\sqrt{11}$ の小数部分を x と表すとき、 $x^2 = ax + \frac{b}{x}$ を満たす有理数 a, b を求めよ。
- (3) 正の数 a, x, y, z について、 $2xy - yz - zx = 0$ かつ $2^x = 3^y = a^z$ であるとき、 a の値を求めよ。
- (4) 数列 $\{a_n\}$ を $a_1 = 0, a_2 = 2, a_{n+2} = \frac{a_{n+1} + a_n}{2} (n = 1, 2, 3, \dots)$ で定める。 $a_{n+2} - pa_{n+1} = q(a_{n+1} - pa_n) (n = 1, 2, 3, \dots)$ となる定数 p, q を求め、数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。
- (5) 複素数 $\alpha = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$ について、集合 $S = \left\{ \frac{\alpha^m - \bar{\alpha}^m}{\alpha - \bar{\alpha}} \mid m = 1, 2, 3, \dots \right\}$ を考える。ただし、 $\bar{\alpha}$ は α と共役な複素数である。 S の要素の個数を答え、その要素をすべて列挙せよ。

2 平面上に3点 O, A, B があり、線分 AB を $1:2$ に内分する点を P 、線分 AB を $2:1$ に内分する点を Q とする。 $|\vec{OP}| = 2, |\vec{OQ}| = 5$ として以下の問いに答えよ。

- (1) \vec{OA} を \vec{OP} と \vec{OQ} で表せ。同様に、 \vec{OB} を \vec{OP} と \vec{OQ} で表せ。
- (2) $|\vec{OA}| \leq 9$ を示せ。
- (3) 整数 a, b, c に対して $\vec{OA} = (a, 0), \vec{OB} = (b, c)$ が成り立つとする。このとき、 a, b, c のとり得る値をすべて求めよ。ただし a, c は 0 以上とする。

3 次の媒介変数表示で表される曲線 C (サイクロイド) について考える。

$$x = \theta - \sin \theta, \quad y = 1 - \cos \theta$$

以下の問いに答えよ。

- (1) α を $0 < \alpha \leq \pi$ を満たす実数とする。曲線 C 上の点 $(\alpha - \sin \alpha, 1 - \cos \alpha)$ における接線 ℓ の方程式を求めよ。
- (2) (1) で求めた接線 ℓ と x 軸, y 軸, 直線 $x = \pi$ で囲まれた図形の面積を $S(\alpha)$ とする。 $\lim_{\alpha \rightarrow +0} \alpha S(\alpha)$ を求めよ。
- (3) 曲線 C , x 軸, 直線 $x = \frac{\pi}{2} - 1$ で囲まれた図形を, x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

2024年度 三重大学 (前期)

医学部

(略解)

📎 証明, 図示などは省略

1

(1) $\frac{21}{32}$

(2) $a = -\frac{19}{3}, b = \frac{2}{3}$

(3) $a = \sqrt{6}$

(4) $(p, q) = \left(1, -\frac{1}{2}\right), \left(-\frac{1}{2}, 1\right), a_n = \frac{4}{3} \left\{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}\right\}$

(5) S の要素の個数: 3, $S = \{-1, 0, 1\}$

2

(1) $\vec{OA} = 2\vec{OP} - \vec{OQ}, \vec{OB} = -\vec{OP} + 2\vec{OQ}$

(2) 証明は省略

(3) $(a, b, c) = (1, -8, 0), (9, -12, 0), (3, -6, 6)$

3

(1) $y = \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} x + 2 - \frac{\alpha \sin \alpha}{1 - \cos \alpha}$

(2) π^2

(3) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} - 1$ 部分を x 軸のまわりに回転してできる立体の体積: $\pi \left(\frac{5}{4}\pi - \frac{11}{3}\right)$
 $\frac{\pi}{2} - 1 \leq x \leq 2\pi$ 部分を x 軸のまわりに回転してできる立体の体積: $\pi \left(\frac{15}{4}\pi + \frac{11}{3}\right)$