

2023年度 神戸大学（前期）**医学部**

試験時間：120 分

 全問必答**1** 関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} & (x \leq 1) \\ 2x - 1 & (x > 1) \end{cases}$$

で定める。 a を実数とし、数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = a, a_{n+1} = f(a_n) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。以下の問に答えよ。

- (1) すべての実数 x について $f(x) \geq x$ が成り立つことを示せ。
- (2) $a \leq 1$ のとき、すべての正の整数 n について $a_n \leq 1$ が成り立つことを示せ。
- (3) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を n と a を用いて表せ。

2 a, b を実数とする。整式 $f(x)$ を $f(x) = x^2 + ax + b$ で定める。以下の問に答えよ。ただし、2 次方程式の重解は 2 つと数える。

- (1) 2 次方程式 $f(x) = 0$ が異なる 2 つの正の解をもつための a と b がみたすべき必要十分条件を求めよ。
- (2) 2 次方程式 $f(x) = 0$ の 2 つの解の実部が共に 0 より小さくなるような点 (a, b) の存在する範囲を ab 平面上に図示せよ。
- (3) 2 次方程式 $f(x) = 0$ の 2 つの解の実部が共に -1 より大きく、0 より小さくなるような点 (a, b) の存在する範囲を ab 平面上に図示せよ。

3 n を 2 以上の整数とする。袋の中には 1 から $2n$ までの整数が 1 つずつ書いてある $2n$ 枚のカードが入っている。以下の問に答えよ。

- (1) この袋から同時に 2 枚のカードを取り出したとき、そのカードに書かれている数の和が偶数である確率を求めよ。
- (2) この袋から同時に 3 枚のカードを取り出したとき、そのカードに書かれている数の和が偶数である確率を求めよ。
- (3) この袋から同時に 2 枚のカードを取り出したとき、そのカードに書かれている数の和が $2n + 1$ 以上である確率を求めよ。

4 四面体 OABC があり, 辺 OA, OB, OC の長さはそれぞれ $\sqrt{13}, 5, 5$ である。 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = 1$, $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = -11$ とする。頂点 O から $\triangle ABC$ を含む平面に下ろした垂線とその平面の交点を H とする。以下の問に答えよ。

- (1) 線分 AB の長さを求めよ。
- (2) 実数 s, t を $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + s\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC}$ をみたすように定めるとき, s と t の値を求めよ。
- (3) 四面体 OABC の体積を求めよ。

5 媒介変数表示

$$x = \sin t, \quad y = \cos\left(t - \frac{\pi}{6}\right) \sin t \quad (0 \leq t \leq \pi)$$

で表される曲線を C とする。以下の問に答えよ。

- (1) $\frac{dx}{dt} = 0$ または $\frac{dy}{dt} = 0$ となる t の値を求めよ。
- (2) C の概形を xy 平面上に描け。
- (3) C の $y \leq 0$ の部分と x 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。

2023年度 神戸大学（前期）

医学部

（略解）

 証明，図示などは省略**1**

(1) 証明は省略

(2) 証明は省略

(3) $a \leq 1$ のとき, $a_n = 1 + (a - 1)\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$, $a > 1$ のとき, $a_n = 1 + (a - 1) \cdot 2^{n-1}$ **2**(1) $a^2 - 4b > 0$, $a < 0$, $b > 0$

(2) 図示は省略

(3) 図示は省略

3(1) $\frac{n-1}{2n-1}$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{n}{2n-1}$ **4**

(1) 6

(2) $s = \frac{1}{3}$, $t = \frac{1}{3}$ (3) $6\sqrt{5}$ **5**(1) $t = \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{5}{6}\pi$

(2) 図示は省略

(3) $\frac{\sqrt{3}}{12}$