2023 年度　琉球大学（前期）

医学部　試験時間：120 分

全問必答

1　$a>0$ とする。座標平面で関数 $y=\dfrac{1}{x^a}$ のグラフ上の点 $(1,\ 1)$ における接線が x 軸と交わる点を A，y 軸と交わる点を B とし，原点を O とする。三角形 OAB の面積を $S(a)$ とする。次の問いに答えよ。

(1)　$S(a)$ を求めよ。

(2)　$S(a)$ の最小値とそのときの a の値を求めよ。

2　a を実数とし，$f(x)=xe^{-|x|}$，$g(x)=ax$ とおく。次の問いに答えよ。

(1)　$f(x)$ の増減を調べ，$y=f(x)$ のグラフの概形をかけ。ただし，$\displaystyle\lim_{x\to\infty} xe^{-x}=0$ は証明なしに用いてよい。

(2)　$0<a<1$ のとき，曲線 $y=f(x)$ と直線 $y=g(x)$ で囲まれた 2 つの部分の面積の和を求めよ。

3　空間内に 4 点 O$(0,\ 0,\ 0)$，A$(1,\ 0,\ 0)$，B$(0,\ 1,\ 0)$，C$(0,\ 0,\ 1)$ をとる。時刻 $t=0$ から $t=1$ まで 3 点 P，Q，R は次のように動くものとする。

- $t=0$ に 3 点は点 O を出発する。
- 動点 P は線分 OA 上を速さ 1 で点 A に向かって動く。
- 動点 Q は線分 OB 上を速さ $\dfrac{1}{2}$ で点 B に向かって動く。
- 動点 R は線分 OC 上を速さ 2 で動く。$t=\dfrac{1}{2}$ までは点 C へ向かって動き，$t=\dfrac{1}{2}$ 以後は点 C から点 O に向かって動く。

時刻 t における三角形 PQR の面積を $S(t)$ とする。次の問いに答えよ。

(1)　$S(t)$ を求めよ。

(2)　$S(t)$ を最大にする t の値を求めよ。

4　1 個のさいころを 6 の目が 2 回出るまで投げ続ける。$k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots$ に対して p_k を $k+1$ 回目に 2 回目の 6 の目が出る確率とするとき，次の問いに答えよ。

(1)　p_k を求めよ。

(2)　p_k を最大にする k の値を求めよ。

(3)　$S_n=\displaystyle\sum_{k=1}^{n} p_k$ を求めよ。

2023 年度　琉球大学（前期）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1

(1) $S(a)=\dfrac{1}{2}\left(a+\dfrac{1}{a}+2\right)$

(2) 最小値 2（$a=1$）

2

(1) 図示は省略

(2) $2a\log a-a(\log a)^2-2a+2$

3

(1) $S(t)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{21}}{4}t^2 & \left(0\leqq t\leqq\dfrac{1}{2}\right)\\ \dfrac{1}{4}\sqrt{21t^4-40t^3+20t^2} & \left(\dfrac{1}{2}\leqq t\leqq 1\right)\end{cases}$

(2) $t=\dfrac{15-\sqrt{15}}{21}$

4

(1) $p_k=\dfrac{5^{k-1}k}{6^{k+1}}$

(2) $k=5,\ 6$

(3) $S_n=1-\dfrac{n+1}{6}\left(\dfrac{5}{6}\right)^n$