

2023年度 横浜市立大学（前期）

医学部

試験時間：120分

全問必答

1 以下の各問いに答えなさい。ただし、解答のみを解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

(1) $2^{\log_4 9}$ の値を計算しなさい。

(2) 複素数 z が $z^4 = z^2 - 1$ をみたすとき、 $z^{40} + 2z^{10} + \frac{1}{z^{20}}$ の値を求めなさい。

(3) 方程式

$$\frac{1}{2 + \cos^2 x} + \frac{1}{1 + \sin^2 x} = \frac{64}{63}$$

の解 x のうち、 $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$ の範囲にあるものの個数を求めなさい。

(4) 1つの問題につき、その解答の候補が5個提示されている試験があります。各問題に対して正解はちょうど1つだけ存在し、解答者は各問題に対して、必ず1つの解答を選択しなければならないものとします。このような問題が5問ある試験に対して、各問題の解答の候補からランダムにひとつを選んで答えることにします。このとき、5問中3問が正解となる確率を求めなさい。

2 中の見えない箱と十分な枚数の白いカードを用意します。用意した白いカードは書き込みが可能ですが、書き込みの有無や書かれた内容に触って判別することはできないものとします。このとき、以下の各問いに答えなさい。

(1) 新しい白いカードを用意して箱に入れておきます。いま、箱の中からすべての白いカードを取り出し、0と書き込んだカードを a 枚作成します。また、1と書き込んだカードを b 枚、2と書き込んだカードも c 枚作成します。これら数字を書き込んだカードのみを箱の中にすべて戻して、よくかきまぜてから、2枚のカードを箱から取り出したとき、カードに書かれている数の和が3以上になる確率を a, b, c を用いて書き表しなさい。ただし、 $a \geq 1, b \geq 1, c \geq 1$ とします。

(2) 最初に新しい白いカードを用意して箱に入れておきます。いま、箱の中からすべての白いカードを取り出し、0と書いたカードを d 枚作成します。白いままのカードは e 枚です。箱の中にすべてのカードを戻し、よくかきまぜます。次に、投げたときに表と裏の出る確率がそれぞれ等しくなる公平な硬貨を1枚用意します。また、箱の中にあるものとは別に白いカードを用意します。この別途用意したカードは十分な枚数があって、必要なだけ使うことができます。用意した硬貨を投げ、表が出たら、箱の中とは別に用意した白いカード1枚に0と書いて箱の中に入れます。裏が出たら、箱の中とは別に用意した白いカード1枚を取り、なにも書かないで箱に入れます。

硬貨を n 回投げたあとに、箱の中からカードを1枚取り出したとき、そのカードに0と書かれている確率を d, e, n を用いて書き表しなさい。

(3) あらためて、新しい白いカードを x 枚用意して空の箱に入れておきます。この箱から m 枚のカードを取り出し、すべてに1と書きます。すべて書き終わったら、すべてのカードを箱に戻し、よくかきまぜてから n 枚のカードを取り出します。この取り出したカード n 枚のうち、ちょうど k 枚に1と書かれている確率を x, m, n, k を用いて書き表しなさい。ただし、 $k \leq m \leq x, k \leq n \leq x$ とします。

3 空間内の2つの直線 $l: 2x - 4 = y = 2z + 2$ と $m: 6 - 2x = y - 5 = z + 5$ について、以下の各問いに答えなさい。

- (1) l, m 両方の直線の方向ベクトルに垂直なベクトル \vec{p} を求めなさい。
- (2) (1) で求めた \vec{p} に平行な直線 n が l, m とそれぞれ点 P, Q とで交わるとき、 P, Q それぞれの座標および直線 n の方程式を求めなさい。
- (3) 線分 PQ を直径として持つような球の方程式を求めなさい。

4 $|x| < 1$ となる x に対して関数 $S(x)$ を

$$S(x) = \int_0^x \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}}$$

として定義します。このとき、以下の各問いに答えなさい。

- (1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{S(x)}{x}$ を求めなさい。
- (2) $S\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ を求めなさい。
- (3) 不定積分 $\int \frac{t}{\sqrt{1-t^2}} dt$ を求めなさい。
- (4) 定積分 $\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} S(x) dx$ を求めなさい。

2023年度 横浜市立大学（前期）

医学部

（略解）

✎ 証明，図示などは省略

1

(1) 3

(2) 0

(3) 2個

(4) $\frac{32}{625}$

2

(1) $\frac{c(2b+c-1)}{(a+b+c)(a+b+c-1)}$

(2) $\frac{2d+n}{2(d+e+n)}$

(3) $x+k \geq m+n$ のとき, $\frac{m!n!(x-m)!(x-n)!}{k!x!(m-k)!(n-k)!(x+k-m-n)!}$
 $x+k < m+n$ のとき, 0

3

(1) $\vec{p} = (2k, -3k, 4k)$

(2) $P(4, 4, 1), Q(2, 7, -3), n: \frac{x-4}{2} = \frac{y-4}{-3} = \frac{z-1}{4}$

(3) $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 11y + 2z + 33 = 0$

4

(1) 1

(2) $\frac{\pi}{4}$

(3) $-\sqrt{1-t^2} + C$

(4) $\frac{(\pi+4)\sqrt{2}}{8} - 1$