2023 年度　岩手医科大学（前期）

医学部　試験時間：120 分（英数合わせて）

全問必答

1　座標平面上に，定点 A(2, 1) と円 $C:(x+3)^2+y^2=9$ がある。また，点 P を円 C 上の動点とし，線分 AP の中点を M とする。次の問い（(1)〜(4)）に答えよ。

(1)　点 P の座標は，θ を $0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲の実数として

$$\mathrm{P}\left(\boxed{ア}\cos\theta - \boxed{イ},\ \boxed{ウ}\sin\theta\right)$$

と表すことができる。このとき，AP の中点 M の座標は

$$\mathrm{M}\left(\frac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}\cos\theta - \frac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}},\ \frac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}\sin\theta + \frac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}\right)$$

である。

(2)　点 P が円 C 上を 1 周するとき，M の軌跡は $\left(-\dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}},\ \dfrac{\boxed{セ}}{\boxed{ソ}}\right)$ を中心とする半径 $\dfrac{\boxed{タ}}{\boxed{チ}}$ の円である。

(3)　点 P における円 C の接線上にあり，P からの距離が $3\sqrt{3}$ であるような 2 つの点のうちの一方を点 Q とする。点 P が円 C 上を 1 周するとき，Q の軌跡は半径 $\boxed{ツ}$ の円である。

(4)　(3) の軌跡上に定点 Q_0 をとる。P が円 C 上を 1 周するとき，線分 PQ_0 が通過する領域の面積は

$$\boxed{テ}\sqrt{\boxed{ト}}+\boxed{ナ}\pi$$

である。

2　座標空間において，xy 平面上の原点 O を中心とする半径 6 の円 C を 1 つの底面とし，平面 $z=3$ 上にもう 1 つの底面がある直円柱 P がある。
M(3，0，0) を通り x 軸に垂直な平面 α と円 C の交点を A，B とする。また，点 (6，0，3) を D とする。次の問い（(1)〜(4)）に答えよ。

(1)　AB $= \boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}$，DM $= \boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$ である。

(2)　平面 α によって円柱 P を 2 つの部分に分けるとき，小さい方の部分の体積は

$$\boxed{\text{オカ}}\pi - \boxed{\text{キク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$$

である。

(3)　3 点 A，B，D を通る平面で，円柱 P を 2 つの部分に分けるとき，小さい方の部分を立体 Q とする。t を $3 \leqq t \leqq 6$ を満たす実数とし，Q を平面 $x=t$ によって切断した切り口の面積を $S(t)$ とするとき，

$$S(t) = \boxed{\text{コ}}\left(t - \boxed{\text{サ}}\right)\sqrt{\boxed{\text{シス}} - t^2}$$

である。

(4)　立体 Q の体積 V は

$$V = \boxed{\text{セソ}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}} - \boxed{\text{チツ}}\pi$$

である。

3　人形が 2 体ずつ入った中身の見えないカプセルがある。人形は 10 種類あり，同じ種類の人形は区別できない。各カプセルには異なる 2 種類の人形が 1 体ずつ入っている。また，2 種類の人形の組合せすべてについてカプセルがあり，どのカプセルも他のカプセルと中の人形の種類が少なくとも 1 つは異なるものとする。

すべてのカプセルのうちから 3 個を取り出し，それらの中に入っている合計 6 体の人形について，異なる種類が n 種類であるとする。次の問い（(1)〜(4)）に答えよ。

(1)　カプセルは全部で $\boxed{\text{アイ}}$ 個あり，各種類の人形はそれぞれ $\boxed{\text{ウ}}$ 個のカプセルに入っている。

(2)　n のとり得る値の範囲は $\boxed{\text{エ}} \leqq n \leqq \boxed{\text{オ}}$ である。

(3)　$n = 5$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{カキク}}}{\boxed{\text{ケコサ}}}$ である。

(4)　$n = 4$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{シスセ}}}{\boxed{\text{ソタチ}}}$ である。

2023 年度　岩手医科大学（前期）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1

(1)　ア：3　イ：3　ウ：3　$\frac{エ}{オ}:\frac{3}{2}$　$\frac{カ}{キ}:\frac{1}{2}$　$\frac{ク}{ケ}:\frac{3}{2}$　$\frac{コ}{サ}:\frac{1}{2}$

(2)　$\frac{シ}{ス}:\frac{1}{2}$　$\frac{セ}{ソ}:\frac{1}{2}$　$\frac{タ}{チ}:\frac{3}{2}$

(3)　ツ：6

(4)　テ$\sqrt{ト}$：$9\sqrt{3}$　ナ：6

2

(1)　ア$\sqrt{イ}$：$6\sqrt{3}$　ウ$\sqrt{エ}$：$3\sqrt{2}$

(2)　オカ：36　キク$\sqrt{ケ}$：$27\sqrt{3}$

(3)　コ：2　サ：3　シス：36

(4)　セソ$\sqrt{タ}$：$81\sqrt{3}$　チツ：36

3

(1)　アイ：45　ウ：9

(2)　エ：3　オ：6

(3)　$\frac{カキク}{ケコサ}:\frac{252}{473}$

(4)　$\frac{シスセ}{ソタチ}:\frac{112}{473}$