

## 2023年度 岡山大学 (前期)

医学部

試験時間 : 120 分

📖 全問必答

**1** 数列  $\{a_n\}$  の第 1 項から第  $n$  項までの和  $S_n$  が

$$S_n = \frac{7}{6}(a_n - 1)$$

を満たすとき、以下の問いに答えよ。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ ,  $\log_{10} 3 = 0.4771$ ,  $\log_{10} 7 = 0.8451$  とする。

- (1) 一般項  $a_n$  を求めよ。
- (2)  $a_n$  が 89 桁の整数となるとき、 $n$  を求めよ。
- (3)  $n$  を (2) で求めたものとする。 $a_n$  の 1 の位の数字を求めよ。
- (4)  $n$  を (2) で求めたものとする。 $a_n$  の最高位の数字を求めよ。

**2**  $a < 0$ ,  $b > 0$  とする。2 つの曲線  $C: y = \frac{1}{x^2 + 1}$  と  $D: y = ax^2 + b$  がある。いま、 $x > 0$  で  $C$  と  $D$  が共有点を持ち、その点における 2 つの曲線の接線が一致しているとする。その共有点の  $x$  座標を  $t$  とし、 $D$  と  $x$  軸で囲まれた部分の面積を  $S$  とする。以下の問いに答えよ。

- (1)  $D$  と  $x$  軸の交点の  $x$  座標を  $\pm p$  とし、 $p > 0$  とする。 $S$  を  $a$  と  $p$  を用いて表せ。
- (2)  $a$ ,  $b$  を  $t$  を用いて表せ。
- (3)  $S$  を  $t$  を用いて表せ。
- (4)  $t > 0$  の範囲で、 $S$  が最大となるような  $D$  の方程式を求めよ。

**3** 箱の中に、1 から 3 までの数字を書いた札がそれぞれ 3 枚ずつあり、全部で 9 枚入っている。A, B, C の 3 人がこの箱から札を無作為に取り出す。A と B が 2 枚ずつ、C が 3 枚取り出すとき、以下の問いに答えよ。

- (1) A が持つ札の数字が同じである確率を求めよ。
- (2) A が持つ札の数字が異なり、B が持つ札の数字も異なり、かつ、C が持つ札の数字もすべて異なる確率を求めよ。
- (3) A が持つ札の数字のいずれかが、C が持つ札の数字のいずれかと同じである確率を求めよ。

**4**  $0 < x < y$  とする。平行四辺形 ABCD において、辺 AB の長さを  $x$ 、辺 BC の長さを  $y$ 、 $\angle ABC = 2\theta$  ( $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ) とする。平行四辺形 ABCD の内角 A, B, C, D を 2 等分する直線をそれぞれ  $l_A, l_B, l_C, l_D$  とし、 $l_A$  と  $l_B$  の交点を E,  $l_B$  と  $l_C$  の交点を F,  $l_C$  と  $l_D$  の交点を G,  $l_D$  と  $l_A$  の交点を H とする。平行四辺形 ABCD と四角形 EFGH が重なる部分の面積を  $S$  とする。以下の問いに答えよ。

- (1)  $\angle FEH$  を求めよ。
- (2) 線分 AE および線分 AH の長さを求めよ。
- (3) 点 H が平行四辺形 ABCD の外部にあるような、 $x, y$  の条件を求めよ。
- (4)  $S$  を求めよ。

## 2023年度 岡山大学 (前期)

医学部

(略解)

☞ 証明, 図示などは省略

**1**

(1)  $a_n = 7^n$

(2)  $n = 105$

(3) 7

(4) 5

**2**

(1)  $S = -\frac{4}{3}ap^3$

(2)  $a = \frac{-1}{(t^2+1)^2}, b = \frac{2t^2+1}{(t^2+1)^2}$

(3)  $S = \frac{4(2t^2+1)\sqrt{2t^2+1}}{3(t^2+1)^2}$

(4)  $y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{4}$

**3**

(1)  $\frac{1}{4}$

(2)  $\frac{3}{14}$

(3)  $\frac{117}{140}$

**4**

(1)  $\angle FEH = \frac{\pi}{2}$

(2)  $AE = x \sin \theta, AH = y \sin \theta$

(3)  $y > 2x$

(4) 
$$S = \begin{cases} (y-x)^2 \sin \theta \cos \theta & (0 < x < y \leq 2x \text{ のとき}) \\ x(2y-3x) \sin \theta \cos \theta & (2x < y \text{ のとき}) \end{cases}$$