

2022 年度 琉球大学 (前期)

医学部

試験時間 : 120 分

📖 全問必答

1 $x > 0$ の範囲で、関数 $f(x)$ を

$$f(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x}$$

と定め、 $y = f(x)$ で表される曲線を C とする。次の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ の極値を求めよ。
- (2) 曲線 C の接線で、点 $(0, 1)$ を通り、傾きが負であるものを l とする。直線 l の傾きを求めよ。
- (3) 曲線 C と直線 l で囲まれた部分の面積を求めよ。

2 d と n を正の整数とする。1 から n までの d 乗の和を $S_d(n) = 1^d + 2^d + \dots + n^d$ とおく。次の問いに答えよ。

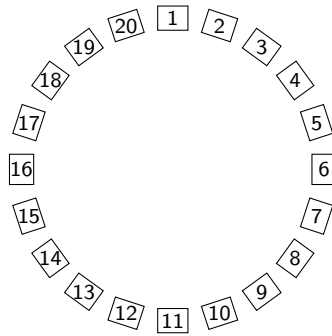
- (1) すべての正の整数 n について、 $S_3(n) = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ が成り立つことを、数学的帰納法を用いて証明せよ。
- (2) 恒等式 $k^3(k+1)^3 - (k-1)^3k^3 = 6k^5 + 2k^3$ を利用して、 $S_5(n)$ を求めよ。
- (3) すべての正の整数 n について、 $24S_7(n)$ は整数 $n^2(n+1)^2$ が割り切れることを示せ。

3 一辺の長さが 1 の正四面体 $OABC$ において、辺 OA を $2:1$ に内分する点を D 、辺 OB を $1:2$ に内分する点を E とする。辺 OC 上に点 P をとり、線分 OP の長さを t とおく。次の問いに答えよ。

- (1) $\cos \angle EDP$ を t を用いて表せ。
- (2) 点 P が辺 OC 上を動くとき、 $\cos \angle EDP$ の最大値と最小値を求めよ。

4 次の問いに答えよ。


- (1) 1 から 9 までの自然数の中から, $1 \leq a_1 < a_2 < a_3 \leq 9$ を満たすように 3 つの数を選び, それを (a_1, a_2, a_3) とする。このような 3 つの数 (a_1, a_2, a_3) の選び方のうち, $a_2 - a_1 \geq 3$ かつ $a_3 - a_2 \geq 3$ を満たすものは全部で何通りあるか。
- (2) 1 から 50 までの自然数の中から, $1 \leq a_1 < a_2 < a_3 \leq 50$ を満たすように 3 つの数を選び, それを (a_1, a_2, a_3) とする。このような 3 つの数 (a_1, a_2, a_3) の選び方のうち, $a_2 - a_1 \geq 10$ かつ $a_3 - a_2 \geq 10$ を満たすものは全部で何通りあるか。
- (3) 1 番から 20 番までの番号が書かれた座席が, 図のように円形に並んでいる。この中から, 2 つ以上の間隔を空けて 3 つの座席を選ぶ (例えば, 1 番を選んだときは 2 番, 3 番, 19 番, 20 番は選べない)。このような 3 つの座席の選び方は全部で何通りあるか。



2022 年度 琉球大学 (前期)

医学部

(略解)

 証明, 図示などは省略**1**

- (1) 極大値 : 1, 極小値はなし (2) $-\frac{4}{27}$ (3) $4\log 2 - \frac{21}{8}$

2

- (1) 証明は省略 (2) $S_5(n) = \frac{1}{12}n^2(n+1)^2(2n^2+2n-1)$
(3) 証明は省略

3

- (1) $\frac{\sqrt{3}(2-t)}{2\sqrt{9t^2-6t+4}}$ (2) 最大値 : $\frac{\sqrt{7}}{3}$, 最小値 : $\frac{\sqrt{21}}{14}$

4

- (1) 10 通り (2) 4960 通り (3) 520 通り