

## 2022 年度 琉球大学 (前期)

医学部

試験時間 : 120 分

📖 全問必答

**1**  $x > 0$  の範囲で, 関数  $f(x)$  を

$$f(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x}$$

と定め,  $y = f(x)$  で表される曲線を  $C$  とする。次の問いに答えよ。

- (1)  $f(x)$  の極値を求めよ。
- (2) 曲線  $C$  の接線で, 点  $(0, 1)$  を通り, 傾きが負であるものを  $l$  とする。直線  $l$  の傾きを求めよ。
- (3) 曲線  $C$  と直線  $l$  で囲まれた部分の面積を求めよ。

**2**  $d$  と  $n$  を正の整数とする。1 から  $n$  までの  $d$  乗の和を  $S_d(n) = 1^d + 2^d + \dots + n^d$  とおく。次の問いに答えよ。

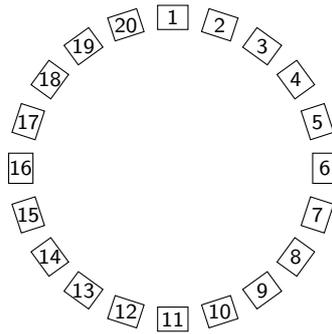
- (1) すべての正の整数  $n$  について,  $S_3(n) = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$  が成り立つことを, 数学的帰納法を用いて証明せよ。
- (2) 恒等式  $k^3(k+1)^3 - (k-1)^3k^3 = 6k^5 + 2k^3$  を利用して,  $S_5(n)$  を求めよ。
- (3) すべての正の整数  $n$  について,  $24S_7(n)$  は整数  $n^2(n+1)^2$  が割り切れることを示せ。

**3** 一辺の長さが 1 の正四面体  $OABC$  において, 辺  $OA$  を  $2:1$  に内分する点を  $D$ , 辺  $OB$  を  $1:2$  に内分する点を  $E$  とする。辺  $OC$  上に点  $P$  をとり, 線分  $OP$  の長さを  $t$  とおく。次の問いに答えよ。

- (1)  $\cos \angle EDP$  を  $t$  を用いて表せ。
- (2) 点  $P$  が辺  $OC$  上を動くとき,  $\cos \angle EDP$  の最大値と最小値を求めよ。

**4** 次の問いに答えよ。

- (1) 1 から 9 までの自然数の中から,  $1 \leq a_1 < a_2 < a_3 \leq 9$  を満たすように 3 つの数を選び, それを  $(a_1, a_2, a_3)$  とする。このような 3 つの数  $(a_1, a_2, a_3)$  の選び方のうち,  $a_2 - a_1 \geq 3$  かつ  $a_3 - a_2 \geq 3$  を満たすものは全部で何通りあるか。
- (2) 1 から 50 までの自然数の中から,  $1 \leq a_1 < a_2 < a_3 \leq 50$  を満たすように 3 つの数を選び, それを  $(a_1, a_2, a_3)$  とする。このような 3 つの数  $(a_1, a_2, a_3)$  の選び方のうち,  $a_2 - a_1 \geq 10$  かつ  $a_3 - a_2 \geq 10$  を満たすものは全部で何通りあるか。
- (3) 1 番から 20 番までの番号が書かれた座席が, 図のように円形に並んでいる。この中から, 2 つ以上の間隔を空けて 3 つの座席を選ぶ (例えば, 1 番を選んだときは 2 番, 3 番, 19 番, 20 番は選べない)。このような 3 つの座席の選び方は全部で何通りあるか。



## 2022年度 琉球大学 (前期)

医学部

(略解)

☞ 証明, 図示などは省略

**1**

- (1) 極大値 : 1, 極小値はなし      (2)  $-\frac{4}{27}$       (3)  $4\log 2 - \frac{21}{8}$

**2**

- (1) 証明は省略      (2)  $S_5(n) = \frac{1}{12}n^2(n+1)^2(2n^2+2n-1)$   
(3) 証明は省略

**3**

- (1)  $\frac{\sqrt{3}(2-t)}{2\sqrt{9t^2-6t+4}}$       (2) 最大値 :  $\frac{\sqrt{7}}{3}$ , 最小値 :  $\frac{\sqrt{21}}{14}$

**4**

- (1) 10 通り      (2) 4960 通り      (3) 520 通り