# 2022 年度　東京慈恵会医科大学（前期）

**医学部**　　試験時間：90 分

全問必答

**1**　次の $\boxed{\phantom{xx}}$ にあてはまる適切な数値を解答欄に記入せよ。

袋 A には白玉 2 個，赤玉 1 個，袋 B には白玉 1 個，赤玉 2 個が入っている。この状態から始めて，次の操作を繰り返し行う。

操作

① 袋 A，袋 B から玉を 1 個ずつ取り出す。

② (i) 取り出した 2 個の玉の色が同じである場合は，取り出した玉を 2 個とも袋 A に入れる。

(ii) 取り出した 2 個の玉の色が異なる場合は，袋 A から取り出した玉は袋 B に入れ，袋 B から取り出した玉は袋 A に入れる。

このとき，

- 操作 2 回繰り返した後に袋 A に入っている赤玉の個数が 1 個である確率は $\boxed{（ア）}$
- 操作 3 回繰り返した後に袋 A に入っている赤玉の個数が 0 個である確率は $\boxed{（イ）}$

である。

**2**　実数 $a$ は正の実数とする。実数全体で定義された関数 $f(x)=\dfrac{|x+a|}{\sqrt{x^2+1}}$ について，次の問いに答えよ。

(1)　$f(x)$ が $x=-a$ で微分可能であるかどうか調べよ。

(2)　$f(x)$ の最大値が $\sqrt{2}$ となるように，定数 $a$ の値を定めよ。

(3)　定数 $a$ は (2) で定めた値とする。$y=f(x)$ のグラフと $x$ 軸および $y$ 軸で囲まれた部分を，$x$ 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積 $V$ を求めよ。

**3**　$m$ は 3 以上の奇数とし，$m$ のすべての正の約数を $a_1$，$a_2$，$\cdots$，$a_k$ と並べる。ただし，$a_1<a_2<\cdots<a_k$ とする。

以下の 2 つの条件 (i)，(ii) をみたす $m$ について考える。

(i) $m$ は素数ではない。

(ii) $i \leqq j$，$1<i<k$，$1<j<k$ をみたすすべての整数 $i$，$j$ について，$a_j-a_i \leqq 3$ が成り立つ。

このとき，次の問いに答えよ。

(1)　$k$ は 3 または 4 であることを示し，$m$ を $a_2$ を用いて表せ。

(2)　$k=3$ となるとき，すべての正の整数 $n$ について $(a_2n+1)^{a_2}-1$ は $m$ の倍数であることを示せ。

**4**　複素数平面上の点 $z$ が原点を中心とする半径 1 の円周上を動くとき，$w = z + \dfrac{2}{z}$ で表される点 $w$ の描く図形を $C$ とする。$C$ で囲まれた部分の内部（ただし，境界線は含まない）に定点 $\alpha$ をとり，$\alpha$ を通る直線 $\ell$ が $C$ と交わる 2 点を $\beta_1$，$\beta_2$ とする。このとき，次の問いに答えよ。ただし，$i$ は虚数単位を表す。

(1)　$w = u + vi$（$u$，$v$ は実数）とするとき，$u$ と $v$ の間に成り立つ関係式を求めよ。

(2)　点 $\alpha$ を固定したまま $\ell$ を動かすとき，積 $|\beta_1 - \alpha| \cdot |\beta_2 - \alpha|$ が最大となるような $\ell$ はどのような直線のときか調べよ。

# 2022 年度　東京慈恵会医科大学（前期）

## 医学部　（略解）

証明，図示などは省略

**1**

（ア）：$\dfrac{59}{162}$　（イ）：$\dfrac{25}{729}$

**2**

（1）　$x=-a$ で微分可能ではない　　（2）　$a=1$

（3）　$V=(1-\log 2)\pi$

**3**

（1）　証明は省略，$k=3$ のとき，$m={a_2}^2$，$k=4$ のとき，$m=a_2(a_2+2)$

（2）　証明は省略

**4**

（1）　$\dfrac{u^2}{9}+v^2=1$　　（2）　実軸に平行な直線のとき