

2022年度 岩手医科大学（前期）

医学部

試験時間：120分（英数合わせて）

全問必答

- 1 数列 $\{a_n\}$ はすべての項が正の等比数列である。この数列 $\{a_n\}$ の初項を a 、公比を r ($r \neq 1$) とする。

$$S_n = \sum_{k=1}^n a_k, \quad T_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k}$$

とすると、 $S_9 : T_9 = 36 : 1$ である。ただし、 n は自然数である。次の問い ((1)~(4)) に答えよ。

(1) $\frac{S_n}{T_n} = a^{\boxed{ア}} r^{n-\boxed{イ}}$ である。

(2) $a_5 = \boxed{ウ}$ である。また、積 $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 \cdot a_6 \cdot a_7 \cdot a_8 \cdot a_9$ を素因数分解すると $\boxed{エ}^{\boxed{オ}} \boxed{カ}^{\boxed{キ}}$ である。ただし、 $\boxed{エ} < \boxed{カ}$ とする。

(3) $\frac{S_9}{S_6} = \frac{13}{4}$ のとき、 $r = \boxed{ク}^{\boxed{ケ}} \boxed{コ}$ である。ただし、 $\boxed{ク}$ はできるだけ小さな値を答えよ。

(4) (3) のとき、 $n \leq 20$ を満たす $\{a_n\}$ の各項のうち、整数であるものの総和は $\boxed{サシスセ}$ である。

2 関数 $f(x) = x \sin 2x$ について、座標平面上の2つの曲線 $C_1: y = f(x)$ および $C_2: y = f\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ を考える。次の問い ((1)~(4)) に答えよ。

(1) 曲線 C_1 と C_2 の $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ における共有点の x 座標は $0, \frac{\pi}{\text{ア}}, \frac{\pi}{\text{イ}}$ である。ただし、 $\text{ア} > \text{イ}$ とする。

(2) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} x \sin 2x dx = \frac{\text{ウ}}{\text{エ}}, \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 2x dx = \frac{\pi}{\text{オ}}$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} x \sin^2 2x dx = \frac{\pi \text{カ}}{\text{キク}} + \frac{\text{ケ}}{\text{コサ}}$$

である。

(3) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲で曲線 C_1 と C_2 によって囲まれる図形の面積 S は

$$S = \frac{\pi}{\text{シ}} - \text{ス}$$

である。

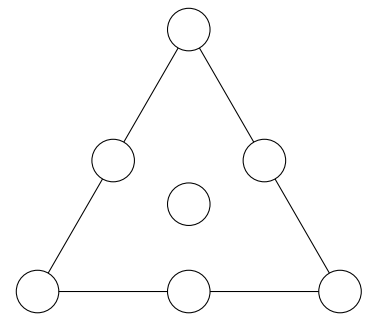
(4) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲で曲線 C_1 と C_2 によって囲まれる図形を x 軸のまわりに 1 回転して得られる回転体の体積 V は

$$V = \frac{\pi \text{セ}}{\text{ソタ}} - \frac{\pi \text{チ}}{\text{ツ}}$$

である。

3 右の図は正三角形の3つの頂点，重心および辺上に同じ大きさの円を描いたものである。辺上の円は図では各辺の midpoint に描かれている。次の問い（(1)～(4)）に答えよ。

重心のまわりに回転して同じ配列になる並べ方は1通りと数える。



図

- (1) 1 から 7 の自然数が1つずつ書かれた球を，図の円のところに1つずつ並べる。1 が頂点に置かれる並べ方は **アイウ** 通りある。また，並べ方は全部で **エオカキ** 通りある。

以下，同じ色の球は区別しないものとする。

- (2) 白球 1 個，赤球 6 個を図の円のところに1つずつ並べる並べ方は **ク** 通りある。また，白球 2 個，赤球 5 個を図の円のところに1つずつ並べる並べ方は **ケ** 通りある。
- (3) 白球 3 個，赤球 4 個を図の円のところに1つずつ並べる並べ方は **コサ** 通りある。
- (4) 7 個の白球または赤球を図の円のところに1つずつ並べる並べ方は **シス** 通りある。ただし，どちらかの色のみであってもよいものとする。

2022年度 岩手医科大学（前期）**医学部**

(略解)

☞ 証明, 図示などは省略

1

(1) ア : 2 イ : 1

(3) ク : 3 ケ : $\frac{1}{3}$

(2) ウ : 6 エオ : 2^9 カキ : 3^9

(4) サシスセ : 2186

2

(1) ア : 4 イ : 2

(3) シ : 2 ス : 1

(2) $\frac{ウ}{エ} : \frac{1}{4}$ オ : 8 $\frac{\piカ}{キク} : \frac{\pi^2}{64}$ $\frac{ケ}{コサ} : \frac{1}{16}$

(4) $\frac{\piセ}{ソタ} : \frac{\pi^4}{32}$ $\frac{\piチ}{ツ} : \frac{\pi^2}{8}$

3

(1) アイウ : 720 エオカキ : 1680

(3) コサ : 13

(2) ク : 3 ケ : 7

(4) シス : 48