2022年度　大分大学（前期）

医学部　試験時間：80 分

全問必答

1　関数 $f(x)=\log\dfrac{e^x}{x}$ を用いて，$a_1=2$，$a_{n+1}=f(a_n)$ によって数列 $\{a_n\}$ が与えられている。ただし，対数は自然対数である。以下の問に答えなさい。

(1)　$1\leqq x\leqq 2$ のとき，$0\leqq f(x)-1\leqq\dfrac{1}{2}(x-1)$ が成立することを示しなさい。

(2)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty}a_n$ を求めなさい。

(3)　$b_1=a_1$，$b_{n+1}=a_{n+1}b_n$ によって与えられる数列 $\{b_n\}$ の極限を求めなさい。

2　$a>0$，$b>0$，$a\neq b$ とする。また，2 つの楕円 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$，$\dfrac{x^2}{b^2}+\dfrac{y^2}{a^2}=1$ の第 1 象限における交点を通り，y 軸に平行な直線の方程式を $x=c$ とする。領域 D_1：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}\leqq 1$，$0\leqq x\leqq c$，$0\leqq y$ の面積を S_1，領域 D_2：$\dfrac{x^2}{b^2}+\dfrac{y^2}{a^2}\leqq 1$，$0\leqq x\leqq c$，$0\leqq y$ の面積を S_2 とする。以下の問に答えなさい。

(1)　c を a，b を用いて表しなさい。

(2)　S_1+S_2 を a，b を用いて表しなさい。

3　正四面体 ABCD の頂点 A から出発して，辺を伝って歩き始める。最初の頂点 A では，その頂点につながる 3 本の辺のうち 1 本を確率 $\dfrac{1}{3}$ で選んで次の頂点に向かって歩く。また，どれかの頂点に達したときに，その頂点につながる 3 本の辺のうち 1 本を確率 $\dfrac{1}{3}$ で選んで次の頂点に向かって歩く。n を自然数，Q を頂点 A，B，C，D のどれかとするとき，$P_n(\mathrm{Q})$ で，n 本の辺を伝ったあと頂点 Q に達する確率を表す。以下の問に答えなさい。

(1)　$P_1(\mathrm{A})$，$P_1(\mathrm{B})$，$P_1(\mathrm{C})$，$P_1(\mathrm{D})$ を求めなさい。

(2)　$P_2(\mathrm{A})$，$P_2(\mathrm{B})$ を求めなさい。

(3)　数列 $\{P_n(\mathrm{A})\}$ の一般項を求め，その極限を求めなさい。

2022年度　大分大学（前期）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1

（1）　証明は省略　　（2）　1　　（3）　e

2

（1）　$c = \dfrac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$　　（2）　$\dfrac{\pi ab}{4} + \dfrac{a^2b^2}{a^2+b^2}$

3

（1）　$P_1(\mathrm{A}) = 0,\ P_1(\mathrm{B}) = \dfrac{1}{3},\ P_1(\mathrm{C}) = \dfrac{1}{3},\ P_1(\mathrm{D}) = \dfrac{1}{3}$

（2）　$P_2(\mathrm{A}) = \dfrac{1}{3},\ P_2(\mathrm{B}) = \dfrac{2}{9}$

（3）　$P_n(\mathrm{A}) = \dfrac{1}{4}\left\{1 - \left(-\dfrac{1}{3}\right)^{n-1}\right\},\ \lim\limits_{n\to\infty} P_n(\mathrm{A}) = \dfrac{1}{4}$