

2021 年度 東京医科歯科大学 (前期)

医学部

試験時間 : 90 分

📖 全問必答

1 0 から 9 までの相異なる整数が 1 つずつ書かれた 10 個の球が、袋の中に入っている。この袋から球を無作為に 1 個取り出してはもとにもどす操作を 3 回くり返したとき、取り出した球に書かれている数を順に a_1, a_2, a_3 とする。また $b_1 = 10 + a_1, b_2 = 20 + a_2, b_3 = 30 + a_3$ とおき、 $b_1, b_2, b_3, b_1 + b_2 + b_3$ の 1 の位を四捨五入してえられる数をそれぞれ c_1, c_2, c_3, c_4 とする。このとき以下の各問いに答えよ。

- (1) $b_1 + b_2 + b_3 = 70$ となる確率を求めよ。
- (2) $c_4 = 90$ となる確率を求めよ。
- (3) $c_1 = 20$ かつ $c_1 + c_2 + c_3 > c_4$ となる確率を求めよ。

2 a, h を正の実数とし、 xyz 空間の 5 点 $A(a, a, 0), B(-a, a, 0), C(-a, -a, 0), D(a, -a, 0), E(0, 0, h)$ を頂点とする四角錐を P とする。 P の yz 平面による断面の周の長さが 1 であるとき、以下の各問いに答えよ。

- (1) h を a の式で表せ。また、 a が取り得る値の範囲を求めよ。
- (2) 球 S は P のすべての面に接しているとする。 a が (1) で求めた範囲を動くとき、 S の体積が最大となる a の値を求めよ。
- (3) 直方体 Q は 1 つの面が xy 平面上にあり、すべての頂点が P の辺上または面上にあるとする。 a を固定したとき、 Q の体積が取り得る値の最大値を $V(a)$ とおく。 a が (1) で求めた範囲を動くとき、 $V(a)$ の最大値を求めよ。

3 a, b を正の実数とし、曲線 $C : y = b\sqrt{1 + \frac{x^2}{a^2}}$ を考える。このとき以下の各問いに答えよ。

- (1) u を実数とし、 C 上の点 $\left(u, b\sqrt{1 + \frac{u^2}{a^2}}\right)$ における接線の方程式を、 a, b, u を用いて表せ。
- (2) C 上の異なる 2 点における接線の交点の全体からなる領域を図示せよ。
- (3) (2) の領域にある点 (p, q) について、点 (p, q) を通る C の接線の接点をすべて通る直線の方程式を、 a, b, p, q を用いて表せ。

2021 年度 東京医科歯科大学 (前期)

医学部

(略解)

☞ 証明, 図示などは省略

1

(1) $\frac{63}{1000}$

(2) $\frac{1}{100}$

(3) $\frac{37}{200}$

2

(1) $h = \sqrt{\frac{1}{4} - a}, 0 < a < \frac{1}{4}$

(2) $a = \frac{1}{6}$

(3) $\frac{8\sqrt{5}}{3375}$

3

(1) $y = \frac{b(a^2 + ux)}{a\sqrt{a^2 + u^2}}$

(2) $y > \frac{b}{a}|x|$ か $\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} < 1$ の表す領域。図示は省略

(3) $y = \frac{b^2(a^2 + px)}{a^2q}$