

2021 年度 岡山大学 (前期)

医学部

試験時間 : 120 分

 全問必答

1 $0 \leq x \leq 2\pi$ のとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 方程式 $\sin 3x = -\sin x$ を満たす x の値をすべて求めよ。
- (2) 方程式 $\sin 3x = \sin x$ を満たす x の値をすべて求めよ。
- (3) 不等式 $\sin 3x \geq a \sin x$ が $-1 \leq a \leq 1$ を満たすすべての a に対して成り立つような x の値の範囲を求めよ。

2 z は複素数で、 $z \neq 0$, $z \neq \pm 1$ とする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 複素数平面上の 3 点 $A(1)$, $B(z)$, $C(z^2)$ が一直線上にあるための z についての必要十分条件を求めよ。
- (2) 複素数平面上の 3 点 $A(1)$, $B(z)$, $C(z^2)$ が $\angle C$ を直角とする直角三角形の 3 頂点になるような z 全体の表す図形を複素数平面上に図示せよ。
- (3) 複素数平面上の 3 点 $A(1)$, $B(z)$, $C(z^2)$ が直角三角形の 3 頂点になるような z 全体の表す図形を複素数平面上に図示せよ。

3 以下の問いに答えよ。

- (1) n が整数のとき、 n を 6 で割ったときの余りと n^3 を 6 で割ったときの余りは等しいことを示せ。
- (2) 整数 a, b, c が条件

$$a^3 + b^3 + c^3 = (c + 1)^3 \tag{*}$$

を満たすとき、 $a + b$ を 6 で割った余りは 1 であることを示せ。

- (3) $1 \leq a \leq b \leq c \leq 10$ を満たす整数の組 (a, b, c) で、(2) の条件 (*) を満たすものをすべて求めよ。


4 正の整数 n に対して、関数 $f(x) = x^{2n}$ を考える。 $t > 0$ に対して、曲線 $y = f(x)$ 上の 3 点 $A(-t, f(-t))$, $O(0, 0)$, $B(t, f(t))$

を通る円の中心を $(p(t), q(t))$ 、半径を $r(t)$ とする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 極限 $\lim_{t \rightarrow +0} p(t)$, $\lim_{t \rightarrow +0} q(t)$, $\lim_{t \rightarrow +0} r(t)$ がすべて収束するとき $n = 1$ であることを示せ。また、このとき $a = \lim_{t \rightarrow +0} p(t)$, $b = \lim_{t \rightarrow +0} q(t)$, $c = \lim_{t \rightarrow +0} r(t)$ の値を求めよ。
- (2) a, b, c を (1) で求めたものとする。このとき、中心 (a, b) 、半径 c の円と放物線 $y = x^2$ および直線 $x = b$ で囲まれた図形を、 x 軸の周りに 1 回転してできる回転体の体積 V を求めよ。

2021 年度 岡山大学 (前期)**医学部**

(略解)

 証明, 図示などは省略**1**

- (1) $x = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3}{2}\pi, 2\pi$
- (2) $x = 0, \frac{\pi}{4}, \frac{3}{4}\pi, \pi, \frac{5}{4}\pi, \frac{7}{4}\pi, 2\pi$
- (3) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}, \frac{3}{4}\pi \leq x \leq \pi, x = \frac{3}{2}\pi, 2\pi$

2

- (1) z が 0, ± 1 以外の実数であること
- (2) 図示は省略
- (3) 図示は省略

3

- (1) 証明は省略
- (2) 証明は省略
- (3) $(a, b, c) = (3, 4, 5), (1, 6, 8)$

4

- (1) 証明は省略, $a = 0, b = c = \frac{1}{2}$
- (2) $\frac{97}{480}\pi - \frac{\pi^2}{16}$