

2021 年度 富山大学（前期）

医学部

試験時間：120 分

 全問必答**1** 実数全体で定義された次の関数 $f(x)$, $g(x)$ を考える。

$$f(x) = \frac{\sin x}{x^2 + x + 2}$$

$$g(x) = (x^2 + x + 2)^2 f'(x)$$

また、 $0 \leq x \leq 2\pi$ における $f(x)$ の最大値を M とおく。(1) $0 \leq x \leq 2\pi$ の範囲において方程式 $g(x) = 0$ はちょうど 2 つの解をもつことを示せ。(2) (1) で示した 2 つの解のうち、小さい方を α とする。 $M = \frac{\cos \alpha}{2\alpha + 1}$ を示せ。(3) 不等式 $M < \frac{\sqrt{2}}{\pi + 2}$ を示せ。**2** xy 平面上で媒介変数表示

$$x = \sin \theta, y = \sin 2\theta \quad \left(0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}\right)$$

で表される曲線を C とする。(1) 曲線 C の凹凸を調べ、その概形をかけ。(2) $0 < p < \sqrt{2}$ とし、 $y = px$ で表される直線を ℓ とする。(a) 直線 ℓ と曲線 C の交点の座標を (α, β) とする。ただし、 $(\alpha, \beta) \neq (0, 0)$ とする。 α, β をそれぞれ p を用いて表せ。(b) 曲線 C と x 軸によって囲まれた図形の面積を S_1 とし、曲線 C と直線 ℓ によって囲まれた図形の面積を S_2 とする。 $S_1 : S_2 = 2 : 2 - p^2$ のとき、 p の値を求めよ。**3** n は 2 以上の整数とする。 $\triangle OAB$ において、 $OA = 8$, $OB = 5$, $AB = 7$ とする。線分 OA を n 等分する点を O に近い方から $P_1, P_2, \dots, P_{n-1}$ とし、 $P_n = A$ とする。線分 OB を n 等分する点を O に近い方から $Q_1, Q_2, \dots, Q_{n-1}$ とし、 $Q_n = B$ とする。また、各 k ($k = 1, 2, \dots, n-1$) について線分 AQ_k と線分 BP_k の交点を R_k とおく。さらに、 R_n を線分 AB の中点とする。(1) $\overrightarrow{OR_k}$ を $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ および n, k を用いて表せ。(2) $|\overrightarrow{OR_k}|$ を n と k を用いて表せ。(3) 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n |\overrightarrow{OR_k}|$ を求めよ。(4) $\triangle P_k Q_k R_k$ の面積を s_k とする。極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n s_k$ を求めよ。ただし、 $s_n = 0$ とする。

2021 年度 富山大学（前期）**医学部**

（略解）



証明，図示などは省略

1

(1) 証明は省略

(2) 証明は省略

(3) 証明は省略

2

(1) 図示は省略

(2) (a) $(\alpha, \beta) = \left(\frac{\sqrt{4-p^2}}{2}, \frac{p\sqrt{4-p^2}}{2} \right)$, (b) $p = -4 + 2\sqrt{7}$ **3**

(1) $\overrightarrow{OR_k} = \frac{k}{n+k} \overrightarrow{OA} + \frac{k}{n+k} \overrightarrow{OB}$

(2) $|\overrightarrow{OR_k}| = \frac{\sqrt{129}k}{n+k}$

(3) $\sqrt{129}(1 - \log 2)$

(4) $20\sqrt{3} \left(-\frac{2}{3} + \log 2 \right)$