2020 年度　秋田大学（前期）

医学部　試験時間：90 分

全問必答

1　次の問いに答えなさい。ただし，log は自然対数を表す。

(1)　a を実数とする。関数 $f(x)=\log(x+1)-a$ に対して，$\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx=a$ を満たす a の値を求めなさい。

(2)　$x>-1$ におけるすべての x に対して，関数 $g(x)$ は連続で，$g(x)=\log(x+1)+\dfrac{1}{x+1}\displaystyle\int_0^1 g(t)\,dt$ を満たすとする。$g(0)$ の値を求めなさい。

(3)　$x>-1$ におけるすべての x に対して，関数 $h(x)$ は連続で，$h(x)=\log(x+1)+\dfrac{1}{x+1}\displaystyle\int_0^x h(t)\,dt$ を満たすとする。

　(i)　導関数 $h'(x)$ を求めなさい。

　(ii)　$h(x)$ を求めなさい。

2　次の問いに答えなさい。

(1)　1 個のさいころを 3 回続けて投げ，出た目の数を順に x_1，x_2，x_3 とする。$x_1+x_2+x_3$ が 2 で割り切れるとき，x_1，x_2，x_3 のうち少なくとも 1 つが奇数である確率を求めなさい。

(2)　1 個のさいころを 3 回続けて投げ，出た目の数を順に x_1，x_2，x_3 とする。積 $x_1x_2x_3$ が 4 で割り切れる確率を求めなさい。

(3)　1 個のさいころを 7 回続けて投げ，出た目の数を順に x_1，x_2，x_3，x_4，x_5，x_6，x_7 とする。${x_1}^{2(x_2+x_3+x_4)}$ が積 $x_5x_6x_7$ で割り切れる確率を求めなさい。

3　n を $n\geqq 2$ を満たす自然数とする。原点を O とする座標平面上に異なる $2n$ 個の点 P_1，P_2，……，P_{2n-1}，P_{2n} を以下を満たすようにとる。

$$\mathrm{OP}_{2k-1}=1\quad(1\leqq k\leqq n),$$
$$\mathrm{OP}_{2k}=1+\frac{1}{n}\quad(1\leqq k\leqq n),$$
$$\angle \mathrm{P}_i\mathrm{OP}_{i+1}=\frac{\pi}{n}\quad(1\leqq i\leqq 2n-1),\ \angle \mathrm{P}_{2n}\mathrm{OP}_1=\frac{\pi}{n}$$

線分 $\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2$，$\mathrm{P}_2\mathrm{P}_3$，……，$\mathrm{P}_{2n-1}\mathrm{P}_{2n}$，$\mathrm{P}_{2n}\mathrm{P}_1$ を辺とする $2n$ 角形 $\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2\cdots\cdots\mathrm{P}_{2n-1}\mathrm{P}_{2n}$ の周の長さを L_n，面積を S_n とする。次の問いに答えなさい。

(1)　L_2，S_2 の値を求めなさい。

(2)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty} S_n=\pi$ を示しなさい。

(3)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty} L_n$ を求めなさい。

4　三進法の循環小数を以下のように表す。

$$0.002002002\cdots\cdots_{(3)} = 0.\dot{0}0\dot{2}_{(3)}$$

次の問いに答えなさい。

(1)　十進法の $\dfrac{20}{27}$ を三進法の小数で表しなさい。

(2)　m，n を正の整数とする。十進法の $\dfrac{n}{m}$ が三進法の小数で $0.\dot{0}11\dot{0}_{(3)}$ と表されるように，m，n を 1 組定めなさい。

(3)　n を $n \geqq 1$ を満たす整数とする。十進法の $\dfrac{1}{3^n-1} - \dfrac{1}{3^n}$ を三進法の小数で表したとき，初めて 1 が現れるのは小数第何位か答えなさい。

(4)　十進法の $\dfrac{3^{2020}}{7}$ を三進法の小数で表したとき，三進法で表された小数の小数部分を答えなさい。

2020 年度　秋田大学（前期）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1

(1)　$a = \log 2 - \dfrac{1}{2}$

(2)　$g(0) = \dfrac{2\log 2 - 1}{1 - \log 2}$

(3)　(i)　$h'(x) = \dfrac{1}{x+1}\{1 + \log(x+1)\}$　(ii)　$h(x) = \log(x+1) + \dfrac{1}{2}\{\log(x+1)\}^2$

2

(1)　$\dfrac{3}{4}$

(2)　$\dfrac{5}{8}$

(3)　$\dfrac{49}{324}$

3

(1)　$L_2 = 2\sqrt{13}$，$S_2 = 3$

(2)　証明は省略

(3)　$2\sqrt{\pi^2 + 1}$

4

(1)　$0.202_{(3)}$

(2)　$(m, n) = (20, 3)$

(3)　小数第 $2n$ 位

(4)　$0.\dot{1}2010\dot{2}_{(3)}$