

2020 年度 福井大学 (前期)

医学部

試験時間 : 110 分

全問必答

1 $a_1 = 3, a_2 = -4, a_{n+2} = a_{n+1} + a_n (n = 1, 2, 3, \dots)$ で定められた数列 $\{a_n\}$ と $b_1 = -5, b_2 = 12, b_{n+2} = \sqrt{b_{n+1}^2 + b_n^2} (n = 1, 2, 3, \dots)$ で定められた数列 $\{b_n\}$ がある。 $c_n = 2a_n + 3b_n^2, z_n = a_n + b_n i (n = 1, 2, 3, \dots)$ とおく。ただし、 i は虚数単位とする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) c_3, z_3 をそれぞれ求めよ。
- (2) 複素数 w が $(1-i)w + (1+i)\bar{w} = 2$ を満たすとき、 $|z_3 - w|$ の最小値を求めよ。また、そのときの w を求めよ。ただし、 \bar{w} は w の共役複素数とする。
- (3) すべての正の整数 n に対して、 c_n と c_{n+1} は互いに素な整数であることを示せ。

2 2, 3, 4, 5, 6 の番号を 1 つずつ書いた 5 枚のカードがある。このカードの中から無作為に 1 枚を取り出し、カードの番号を記録してもとに戻す。この試行を 4 回繰り返して、 k 回目 ($k = 1, 2, 3, 4$) に取り出したカードの番号を n_k とおく。 n_1, n_2, n_3, n_4 の積 $n_1 n_2 n_3 n_4$ を m とおくとき、以下の問いに答えよ。

- (1) m が奇数である確率を求めよ。
- (2) m が 6 の倍数である確率を求めよ。
- (3) m が 30 の倍数である確率を求めよ。

3 関数 $f(x) = 3 \tan x + 8 \cos x (0 \leq x < \frac{\pi}{2})$ が極大値をとる x の値を a とする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 不定積分 $\int \tan^2 x dx$ を求めよ。
- (2) $\sin a$ の値を求めよ。
- (3) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸、 y 軸および直線 $x = a$ で囲まれた図形を、 x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を求めよ。

4 座標空間において、高さ 6 の円柱 K がある。1 つの底面は xy 平面上にあり、原点 O を中心とする半径 2 の円である。この円を C とする。もう 1 つの底面は平面 $z = 6$ 上にあり、点 $P(0, 0, 6)$ を中心とする半径 2 の円である。すべての辺が円 C に接するような正 n 角形 ($n = 3, 4, 5, \dots$) を A_n とする。点 $(2, 0, 0)$ は、 C と A_n が接する点の 1 つである。 A_n を底面とし、点 P を頂点とする正 n 角錐を L_n とする。このとき、以下の問いに答えよ。

(注意) 正 n 角錐とは底面が正 n 角形で、側面がすべて合同な二等辺三角形である角錐のことである。

- (1) A_n の 1 つの頂点と点 P を通る直線は K の側面と交わる。この交点の z 座標を求めよ。
- (2) (1) で求めた z 座標を t_n とおく。 L_n と K の共通部分で、 $z \geq t_n$ を満たす部分の体積を求めよ。
- (3) (2) で求めた体積を W_n とするとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} W_n$ を求めよ。

2020年度 福井大学 (前期)

医学部

(略解)

☞ 証明, 図示などは省略

1

(1) $c_3 = 505, z_3 = -1 + 13i$

(2) 最小値: $\frac{11\sqrt{2}}{2}, w = -\frac{13}{2} + \frac{15}{2}i$

(3) 証明は省略

2

(1) $\frac{16}{625}$

(2) $\frac{529}{625}$

(3) $\frac{58}{125}$

3

(1) $\tan x - x + C$ (C は積分定数)

(2) $\sin a = \frac{1}{2}$

(3) $(48 - 13\sqrt{3})\pi + \frac{23}{6}\pi^2$

4

(1) $6\left(1 - \cos \frac{\pi}{n}\right)$

(2) $4n \cos \frac{\pi}{n} \sin \frac{2\pi}{n}$

(3) 8π