2020 年度　琉球大学（前期）

医学部　試験時間：120 分

全問必答

1　関数 $y = x^3 + x - 1$ の表す曲線 C について，次の問いに答えよ。

(1)　C 上の点 $(t,\ t^3 + t - 1)$ における接線の方程式を，t を用いて表せ。

(2)　点 $(0,\ 1)$ を通る C の接線を ℓ とする。ℓ の方程式と接点の座標を求めよ。

(3)　C と (2) で求めた ℓ で囲まれる部分の面積 S を求めよ。

2　a を正の実数とする。$x>0$ において，曲線 $y = \log x$ と曲線 $y = \sqrt{ax}$ が共有点をもたないような a の値の範囲を求めよ。

3　i を虚数単位とし，複素数 a_n を

$$a_1 = -1,\ a_{n+1} = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}a_n + \sqrt{3}i \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

によって定める。また，複素数 b_n を

$$b_1 = 1,\ b_{n+1} = a_n b_n \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

によって定める。このとき，次の問いに答えよ。

(1)　a_2，a_3，a_4 を求めよ。

(2)　すべての正の整数 n について $a_{n+3} = a_n$ が成り立つことを，数学的帰納法を用いて証明せよ。

(3)　b_n を求めよ。

4　1 から 7 までの数を 1 つずつ書いた 7 個の玉が，袋の中に入っている。袋から玉を 1 個取り出し，書かれている数を記録して袋に戻す。この試行を n 回くり返して得られる n 個の数の和が 4 の倍数となる確率を p_n とする。ただし，n は正の整数とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1)　p_1 と p_2 を求めよ。

(2)　p_{n+1} を p_n の式で表せ。

(3)　p_n を求めよ。

2020 年度　琉球大学（前期）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1

（1）$y=(3t^2+1)x-2t^3-1$　（2）$y=4x+1$，$(-1,\ -3)$　（3）$S=\dfrac{27}{4}$

2　$a>\dfrac{4}{e^2}$

3

（1）$a_2=\dfrac{1+\sqrt{3}i}{2}$，$a_3=-1+\sqrt{3}i$，$a_4=-1$　（2）証明は省略

（3）$b_n=\begin{cases}2^{\frac{n-1}{3}} & (n=3k-2)\\ -2^{\frac{n-2}{3}} & (n=3k-1)\\ -2^{\frac{n}{3}-2}(1+\sqrt{3}i) & (n=3k)\end{cases}$　（k は自然数）

4

（1）$p_1=\dfrac{1}{7}$，$p_2=\dfrac{13}{49}$　（2）$p_{n+1}=-\dfrac{1}{7}p_n+\dfrac{2}{7}$　（3）$p_n=\dfrac{3}{4}\left(-\dfrac{1}{7}\right)^n+\dfrac{1}{4}$