2020 年度　新潟大学（前期）

医学部　試験時間：90 分　　全問必答

1　m を正の整数とする。次の問いに答えよ。

(1)　方程式 $70x+130y=m$ が整数解をもつときの m の最小値を m_0 とする。m_0 の値を求めよ。

(2)　(1) で求めた m_0 に対して，方程式 $70x+130y=m_0$ の整数解をすべて求めよ。

(3)　次の条件を満たす m の最小値を求めよ。

方程式 $70x+130y=m$ は，x，y がともに正の整数である解を
ちょうど 3 組もつ。

2　n を正の整数とする。3 種類の数字 1，2，3 を並べて，各位の数が 1，2，3 のいずれかである n 桁の整数をすべて作る。数字は重複して使ってもよいし，使わない数字があってもよい。次の問いに答えよ。

(1)　各位の数の合計が奇数になる整数の総数を x_n，各位の数の合計が偶数になる整数の総数を y_n とする。y_n+x_n，y_n-x_n および y_n の値を n を用いてそれぞれ表せ。

(2)　各位の数の合計が 4 の倍数になる整数の総数を z_n とするとき，z_n の値を n を用いて表せ。

(3)　y_n，z_n は (1)，(2) で求めたものとする。初項 c_1 は 0 でないとして，次の条件を満たす等比数列 $\{c_n\}$ の公比を求めよ。

数列 $\left\{c_n\left(\dfrac{z_n}{y_n}-\dfrac{1}{2}\right)\right\}$ が 0 でない値に収束する。

3　n を 0 以上の整数とし，次の式で I_n を定める。

$$I_0=\int_{-2}^{2}\sqrt{4-x^2}\,dx,\quad I_n=\int_{-2}^{2}x^n\sqrt{4-x^2}\,dx\qquad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

次の問いに答えよ。

(1)　I_0，I_1 および I_2 の値を求めよ。

(2)　$\dfrac{I_{2n+2}}{I_{2n}}$ の値を n を用いて表せ。

(3)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{I_{2n}}{2^n}=\infty$ および $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{I_{2n}}{2^{2n}}=0$ が成り立つことを証明せよ。

4　複素数を極形式で表したときの偏角 θ は $0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲にとる。3 以上の整数 n に対して，方程式 $z^n = i$ の解を極形式で表したとき，偏角の小さい順に α_0，α_1，$\cdots$，α_{n-1} とする。ただし，i は虚数単位である。次の問いに答えよ。

(1)　$k = 0$，1，2，$\cdots$，$n-1$ に対して，α_k を極形式で表せ。

(2)　$k = 0$，1，2，$\cdots$，$n-1$ に対して，$\alpha_k = \alpha_0 \beta_k$ と $(\beta_k)^n = 1$ を同時に満たす複素数 β_k が存在することを証明せよ。

(3)　$k = 0$，1，2，$\cdots$，$n-1$ に対して，$\gamma_k = \alpha_0 + \alpha_1 + \cdots + \alpha_k$ とする。また，γ_k を表す複素数平面上の点を P_k とする。このとき，P_0，P_1，P_2，$\cdots$，P_{n-1} を頂点とする多角形は正 n 角形であることを証明せよ。

(4)　$n = 6$ とし，(3) で求めた正 6 角形の頂点 P_0，P_1，P_2，$\cdots$，P_5 を通る円の中心が表す複素数を求めよ。ただし，求めた答えの複素数には極形式を使わないこと。

2020 年度　新潟大学（前期）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1

（1）$m_0 = 10$

（2）$(x,\ y) = (13n+2,\ -7n-1)$　（n は整数）

（3）2020

2

（1）$y_n + x_n = 3^n$，$y_n - x_n = (-1)^n$，$y_n = \dfrac{3^n + (-1)^n}{2}$

（2）$z_n = \dfrac{1}{4}\{3^n + 3(-1)^n\}$

（3）-3

3

（1）$I_0 = 2\pi$，$I_1 = 0$，$I_2 = 2\pi$

（2）$\dfrac{2(2n+1)}{n+2}$

（3）証明は省略

4

（1）$\alpha_k = \cos\dfrac{4k+1}{2n}\pi + i\sin\dfrac{4k+1}{2n}\pi$

（2）証明は省略

（3）証明は省略

（4）$\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4} + \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}i$