

2020 年度 弘前大学 (前期)

医学部

試験時間 : 90 分

全問必答

1 次の問いに答えよ。

(1) 次の定積分を求めよ。

$$\int_7^{14} \frac{dx}{(x-2)\sqrt{x+2}}$$

(2) 曲線 $y = \log x$ と x 軸, および直線 $x = e$ で囲まれた図形を, x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を求めよ。ただし, e は自然対数の底とする。**2** 曲線 $y = \frac{1}{x^2+1}$ 上の点 $\left(a, \frac{1}{a^2+1}\right)$ における接線の y 切片を $f(a)$ とする。次の問いに答えよ。(1) $f(a)$ を求めよ。(2) a が実数全体を動くとき, $f(a)$ の最大値とそのときの a の値を求めよ。**3** 数列 $\{a_n\}$ は次を満たすとする。

$$a_1 = 6, a_{n+1} = \frac{6a_n + 5}{a_n + 2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

次の問いに答えよ。

(1) 数列 $\{b_n\}$ を

$$b_n = a_n - 5 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

と定める。このとき, すべての自然数 n に対して, $b_n > 0$ が成り立つことを示せ。(2) (1) で定めた $\{b_n\}$ に対して, 数列 $\left\{\frac{1}{b_n}\right\}$ の一般項を求めよ。また, 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。(3) 自然数 n に対して,

$$S_n = \sum_{k=1}^n \left(a_k - \frac{5001}{1000}\right)$$

と定める。このとき, S_n が最大となる n を求めよ。

2020年度 弘前大学 (前期)

医学部

(略解)

☞ 証明, 図示などは省略

1

(1) $\frac{1}{2} \log \frac{5}{3}$

(2) $(e-2)\pi$

2

(1) $f(a) = \frac{3a^2+1}{(a^2+1)^2}$

(2) 最大値: $\frac{9}{8}$ $\left(a = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

3

(1) 証明は省略

(2) $\frac{1}{b_n} = \frac{7^n-1}{6}, a_n = \frac{5 \cdot 7^n + 1}{7^n-1}$

(3) $n = 4$