

# 2019年度 秋田大学 (前期)

医学部

試験時間：90分

 全問必答

**1** 次の問いに答えなさい。ただし、 $\log x$  は自然対数を表し、 $e$  は自然対数の底とする。

(1)  $m, n$  は定数とし、 $f(x) = \log(\log x)$ ,  $g(x) = m(\log x)^2 + n$  とする。曲線  $y = f(x)$  と曲線  $y = g(x)$  が  $x = e$  において共有点を持ち、かつ  $x = e$  において共通の接線をもつように、 $m, n$  の値を定めなさい。

(2) 次の定積分を求めなさい。

(i)  $\int_e^{e^2} x \log x \, dx$

(ii)  $\int_e^{e^2} \frac{1}{x \log x} \, dx$

(iii)  $\int_e^{e^2} \frac{\log(\log x)}{x \log x} \, dx$

**2** 1 から 5 までの番号が 1 つずつ書かれた 5 枚のカードが箱に入っている。この箱からカードを 1 枚取り出し、番号を確認してからもとに戻す。この試行を 3 回続けて行い、取り出したカードの番号を順に  $a_1, a_2, a_3$  とする。次の問いに答えなさい。

(1)  $a_1 < a_2 < a_3$  となる確率を求めなさい。

(2)  $(a_1 - a_2)(a_2 - a_3)(a_3 - a_1) = 0$  となる確率を求めなさい。

(3)  $a_1 a_2 - a_2 a_3 + a_3 a_1 = 0$  となる確率を求めなさい。

**3** 数列  $\{a_n\}, \{b_n\}$  を次のように定義する。

$$a_1 = 1, b_1 = \sqrt{3}, \begin{cases} a_{n+1} = a_n - \sqrt{3}b_n \\ b_{n+1} = \sqrt{3}a_n + b_n \end{cases} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

次の問いに答えなさい。ただし、 $i$  は虚数単位とする。

(1) 複素数  $a_1 + b_1 i$  を極形式で表しなさい。

(2) すべての自然数  $n$  に対して、次の等式が成り立つことを示しなさい。

$$a_n + b_n i = (1 + \sqrt{3}i)^n$$

(3) 数列  $\{a_n\}, \{b_n\}$  の一般項を求めなさい。

(4) 自然数  $n$  に対して、実数  $x_n, y_n$  を

$$x_n + y_n i = \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} i \right) (a_n + b_n i)$$

により定める。 $\frac{y_n}{x_n}$  の最小値を求めなさい。

**4** 自然数  $n$  の各位の数の和を  $S(n)$  で表す。たとえば,

$$S(2019) = 2 + 0 + 1 + 9 = 12$$


である。次の問いに答えなさい。

- (1)  $n + S(n) = 100$  を満たす  $n$  を求めなさい。
- (2)  $S(n) = 100$  を満たす最小の  $n$  を求めなさい。
- (3)  $n \leq 27S(n) + 2019$  を満たす最大の  $n$  を求めなさい。

## 2019年度 秋田大学 (前期)

医学部

(略解)

 証明, 図示などは省略**1**

(1)  $m = \frac{1}{2}, n = -\frac{1}{2}$

(2)

(i)  $\frac{3}{4}e^4 - \frac{1}{4}e^2$

(ii)  $\log 2$

(iii)  $\frac{1}{2}(\log 2)^2$

**2**

(1)  $\frac{2}{25}$

(2)  $\frac{13}{25}$

(3)  $\frac{2}{125}$

**3**

(1)  $2\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)$

(3)  $a_n = 2^n \cos \frac{n\pi}{3}, b_n = 2^n \sin \frac{n\pi}{3}$

(2) 証明は省略

(4) 最小値:  $-1$ **4**

(1)  $n = 86$

(2)  $n = 19999999999$  (9 が 11 個並ぶ)

(3)  $n = 2699$