

2019年度 東邦大学 (前期)

医学部 試験時間：90 分

全問必答

1 a を定数とし、 $f(x) = \frac{ax - 1 + \sqrt{x^2 + (a+2)x + 1}}{x^2}$ とする。極限值 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ が存在するとき、 $a = \frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ であり、 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オカ}}}$ である。

2 変数 x のとり得る値は 3 または 6 または 12 であり、 x についてのデータが 45 個観測されるとする。また、45 個のデータの平均値と中央値をそれぞれ \bar{x} 、 \tilde{x} と表す。 $\tilde{x} = 12$ となるとき、 \bar{x} のとり得る最小の値は $\frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。 $\tilde{x} = 6$ となるとき、 $|\bar{x} - 6|$ のとり得る最大の値は $\frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シス}}}$ である。

3 関数 $f(x) = (1-x)\sqrt{\frac{x}{3}}$ ($x \geq 0$) は $x = \alpha$ で極大値をとる。このとき、 $\alpha = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。
また、曲線 $y = f(x)$ の $\alpha \leq x \leq 3$ の部分の長さは $\frac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ である。

4 $\triangle ABC$ において、 $AB = 4$ 、 $BC = 6$ 、 $CA = 5$ とする。また、頂点 A から辺 BC へ垂線 AH を下ろし、 AH の延長が $\triangle ABC$ の外接円と交わる点を D とする。このとき、 $\frac{BH}{CH} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ であり、 $\frac{AH}{DH} = \frac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オカ}}}$ である。

5 M, E, D, I, C, I, N, E の 8 文字をすべて使って文字列を作る。このとき、 C の両隣りがともに I となる並べ方は全部で $\boxed{\text{キクケ}}$ 通りある。また、 C と I が隣りどうしにならない並べ方は全部で $\boxed{\text{コサシス}}$ 通りある。

6 2 つの実数 x, y は、方程式 $2x^2 + 3xy + 2y^2 - 14x - 14y + 21 = 0$ を満たす。このとき、 $x + y$ のとり得る値の範囲は $\boxed{\text{セ}} \leq x + y \leq \boxed{\text{ソ}}$ である。また、 $(x+1)(y+1)$ のとり得る値の範囲は $\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}} \leq (x+1)(y+1) \leq \boxed{\text{ツテ}}$ である。

7 数列 $\{a_n\}$ は, $a_1 = 3, a_2 = 3, a_{n+2} - a_{n+1} + a_n = a_{n+2}a_n - 1$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を満たす。このとき, $a_{104} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。また, $\sum_{n=1}^N a_n = 2019$ となるような N の値は $\boxed{\text{ウエオカ}}$ である。

8 3次関数 $y = x^3 + x^2 + ax$ のグラフが, x 軸上のある点に関して対称になるような定数 a の値は $\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である。4次関数 $y = x^4 + x^3 + x^2 + bx$ のグラフが, x 軸に垂直なある直線に関して対称になるような定数 b の値は $\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

9 1 辺の長さが 1 の正四面体 ABCD がある。辺 AB の中点と辺 CD の中点とを結ぶ線分の長さは $\sqrt{\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}}$ である。また, 3 点 A, B, C を頂点とする三角形を直線 CD のまわりに 1 回転したとき, 三角形 ABC が通過する部分の体積は $\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セソ}}}\pi$ である。

10 座標空間において, 点 $(0, 1, 2)$ を通り, 球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ に接する直線の全体を考える。直線と球面との接点全体からなる図形は, 面積が $\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}\pi$ の円である。また, 直線と平面 $z = 0$ との交点全体からなる図形は, 面積が $\boxed{\text{ツテ}}\sqrt{\boxed{\text{ト}}}\pi$ の楕円である。

2019年度 東邦大学 (前期)

医学部

(略解)

 証明, 図示などは省略

1 ア～ウ： $\frac{-2}{3}$ エ～カ： $\frac{5}{18}$

2 キ～ケ： $\frac{38}{5}$ コ～ス： $\frac{44}{15}$

3 セ～ソ： $\frac{1}{3}$ タ～ツ： $\frac{32}{9}$

4 ア～イ： $\frac{3}{5}$ ウ～カ： $\frac{35}{27}$

5 キクケ：360 コサシス：5400

6 セ：2 ソ：6 タ～チ： $\frac{7}{8}$ ツテ：16

7 ア～イ： $\frac{7}{4}$ ウエオカ：1153

8 キ～ク： $\frac{2}{9}$ ケ～コ： $\frac{3}{8}$

9 サ～シ： $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ス～ソ： $\frac{1}{24}$

10 タ～チ： $\frac{6}{5}$ ツ～ト： $12\sqrt{2}$