

2019年度 弘前大学 (前期)

医学部

試験時間：90分

 全問必答

1 次の問いに答えよ。

(1) 次の極限を求めよ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \left\{ \cos \frac{\pi}{2n} + 2 \cos \frac{2\pi}{2n} + 3 \cos \frac{3\pi}{2n} + \cdots + (n-1) \cos \frac{(n-1)\pi}{2n} \right\}$$

(2) $f(x) = \log |x^2 - 2x - 1|$ とする。

(i) $f(x) = 0$ を満たす x の値を求めよ。

(ii) 関数 $y = f(x)$ について増減, 極値, x 軸との交点, 漸近線を調べて, グラフの概形をかけ。

2 複素数平面において, 複素数 $2, 4i, z$ を表す点をそれぞれ A, B, C とする。ただし, i は虚数単位とする。

(1) $\triangle ABC$ が $\angle ACB$ を直角とする直角二等辺三角形となるように, 複素数 z の値を定めよ。

(2) $\triangle ABC$ が正三角形となるように, 複素数 z の値を定めよ。

3 次の問いに答えよ。

(1) $x > 0$ において,

$$x \log x \geq x - 1$$

となることを示せ。さらに, 等号が成り立つときの x の値を求めよ。

(2) a, b は定数で, $a > b > 0$ とする。 $x > 0$ に対して,

$$f(x) = \left(\frac{a^x + b^x}{2} \right)^{\frac{1}{x}}$$

$$A(x) = \frac{2a^x}{a^x + b^x}, \quad B(x) = \frac{2b^x}{a^x + b^x}$$

とおく。

(i) $\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{2x^2} \{A(x) \log A(x) + B(x) \log B(x)\}$ となることを示せ。


(ii) $f(x)$ は $x > 0$ において, 増加することを示せ。

(iii) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = a$ を示せ。

2019年度 弘前大学 (前期)

医学部

(略解)

 証明, 図示などは省略**1**

(1) $\frac{2\pi - 4}{\pi^2}$

(2)

(i) $x = 0, 2, 1 \pm \sqrt{3}$

(ii) 増減表は省略, 極大値: $\log 2$, x 軸との交点: $(0, 0), (2, 0), (1 \pm \sqrt{3}, 0)$, 漸近線: $x = 1 \pm \sqrt{2}$, 図示は省略**2**

(1) $z = -1 + i, 3 + 3i$

(2) $z = 1 \pm 2\sqrt{3} + (2 \pm \sqrt{3})i$ (複号同順)

3

(1) 証明は省略

(2) (i) 証明は省略 (ii) 証明は省略 (iii) 証明は省略