2019 年度　千葉大学（前期）

医学部　試験時間：120 分

全問必答

1　$a_1=3$，$a_2=2$ とし，$n \geqq 2$ のとき，

$$a_{n+1}={a_n}^2+a_n-1$$

として数列 $\{a_n\}$ を定める。

(1)　$n \geqq 2$ のとき $a_{n+1}=a_1a_2\cdots a_n-1$ が成り立つことを証明せよ。

(2)　$\displaystyle\sum_{i=1}^{n}{a_i}^2=a_1a_2\cdots a_n+100$ が成り立つような自然数 n を求めよ。

2　三角形 ABC は AB＋AC＝2BC を満たしている。また，角 A の二等分線と辺 BC の交点を D とするとき，AD＝15 である。さらに，三角形 ABC の内接円の半径は 4 である。このとき以下の問いに答えよ。

(1)　$\theta=\angle \mathrm{BAD}$ とするとき $\sin\theta$ の値を求めよ。また，$A=\angle \mathrm{BAC}$ とするとき，$\sin A$ と $\cos A$ の値を求めよ。

(2)　辺 BC の長さを求めよ。

3　n を正の整数とする。

(1)　$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}}\tan^n\theta\,d\theta+\int_0^{\frac{\pi}{3}}\tan^{n+2}\theta\,d\theta$ を n の式で表せ。

(2)　$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}}\tan^7\theta\,d\theta$ を求めよ。

4　数直線上に動点 P があり，はじめに原点にあるとする。$k=1,\ 2,\ \cdots$ に対し，k 回目にさいころを振ったとき，1，2 の目が出たら P は正の方向に $\dfrac{1}{2^k}$ だけ移動し，3，4 が出たら負の方向に $\dfrac{1}{2^k}$ だけ移動し，5，6 が出たら移動しないとする。n 回さいころを振った後の点 P の座標を X_n とする。

(1)　$0<X_n$ となる確率を求めよ。

(2)　$\dfrac{1}{2}<X_n$ となる確率を求めよ。

(3)　l は n 未満の正の整数とする。このとき，$\dfrac{1}{2^l}<X_n$ となる確率を求めよ。

5　a は実数とする。座標平面上で連立不等式

$$\begin{cases} y \geqq x^2 \\ y \leqq (2a+3)x-a(a+3) \end{cases}$$

の表す領域を $D(a)$ とおく。いま，x 座標も y 座標も整数であるような点を格子点と呼ぶことにする。

(1)　n を整数とする。このとき $D(n)$ に含まれる格子点の個数を求めよ。

(2)　任意の実数 a について，$D(a)$ に含まれる格子点の個数と $D(a+1)$ に含まれる格子点の個数は等しいことを示せ。

2019年度　千葉大学（前期）

医学部 （略解）

証明，図示などは省略

1

(1) 証明は省略　　(2) $n=95$

2

(1) $\sin\theta=\dfrac{2}{5}$，$\sin A=\dfrac{4\sqrt{21}}{25}$，$\cos A=\dfrac{17}{25}$

(2) $4\sqrt{21}$

3

(1) $\dfrac{(\sqrt{3})^{n+1}}{n+1}$　　(2) $\dfrac{15}{4}-\log 2$

4

(1) $\dfrac{1}{2}\left\{1-\left(\dfrac{1}{3}\right)^n\right\}$　　(2) $\dfrac{1}{6}\left\{1-\left(\dfrac{1}{3}\right)^{n-1}\right\}$

(3) $\dfrac{1}{2}-\dfrac{l+1}{2}\left(\dfrac{1}{3}\right)^l-\dfrac{l}{2}\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$

5

(1) 8　　(2) 証明は省略