2019 年度　京都大学（前期）

医学部　試験時間：150 分

全問必答

※　解答に際して常用対数の値が必要なときは，常用対数表を利用すること。

1　次の各問に答えよ。

(1)　$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ とする。$\cos\theta$ は有理数ではないが，$\cos 2\theta$ と $\cos 3\theta$ がともに有理数となるような θ の値を求めよ。ただし，p が素数のとき，$\sqrt{p}$ が有理数でないことは証明なしに用いてよい。

(2)　次の定積分の値を求めよ。

(i)　$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\cos^2 x}\,dx$　　(ii)　$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos x}$

2　$f(x)=x^3+2x^2+2$ とする。$|f(n)|$ と $|f(n+1)|$ がともに素数となる整数 n をすべて求めよ。

3　鋭角三角形 ABC を考え，その面積を S とする。$0<t<1$ をみたす実数 t に対し，線分 AC を $t:1-t$ に内分する点を Q，線分 BQ を $t:1-t$ に内分する点を P とする。実数 t がこの範囲を動くときに点 P の描く曲線と，線分 BC によって囲まれる部分の面積を，S を用いて表せ。

4　1 つのさいころを n 回続けて投げ，出た目を順に X_1，X_2，$\cdots$，X_n とする。このとき次の条件をみたす確率を n を用いて表せ。ただし $X_0=0$ としておく。

条件：$1\leqq k\leqq n$ をみたす k のうち，$X_{k-1}\leqq 4$ かつ $X_k\geqq 5$ が成立するような k の値はただ 1 つである。

5　半径 1 の球面上の 5 点 A，B_1，B_2，B_3，B_4 は，正方形 $B_1B_2B_3B_4$ を底面とする四角錐をなしている。この 5 点が球面上を動くとき，四角錐 $AB_1B_2B_3B_4$ の体積の最大値を求めよ。

6　i は虚数単位とする。$(1+i)^n+(1-i)^n>10^{10}$ をみたす最小の正の整数 n を求めよ。

2019 年度　京都大学（前期）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1

(1) $\dfrac{\pi}{6}$

(2)

(i) $\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{1}{2}\log 2$　　(ii) $\log(\sqrt{2}+1)$

2 $n=-3,\ -2,\ -1,\ 0$

3 $\dfrac{1}{3}S$

4 $(n-1)\left(\dfrac{2}{3}\right)^n+\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$

5 最大値：$\dfrac{64}{81}$

6 $n=71$