2018年度　鳥取大学（前期）

医学部　試験時間：120 分

全問必答

1　複素数平面上の点 z $(z \neq 0)$ に対して，$w = \dfrac{1}{z}$ で表される点 w がある。2 点 $z_1 = 1$ と $z_2 = i$ を結ぶ線分上を点 z が動くとき，点 w はどのような図形を描くか図示せよ。ただし，i は虚数単位とする。

2　原点を O とする座標空間内の 3 点 A$(-3,\ -3,\ 1)$，B$(3,\ -3,\ -5)$，C$(-1,\ 1,\ 3)$ を頂点とする三角形 ABC において，点 A から直線 BC に下ろした垂線を AH とする。また，平面 ABC に垂直なベクトル $\overrightarrow{v} = (v_1,\ v_2,\ v_3)$ と同じ向きに，点 H から距離 d だけ進んだ点を P とする。以下の問いに答えよ。ただし $|\overrightarrow{v}| = 1$ とし，$v_1 > 0$ とする。

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ を求めよ。

(2)　$\overrightarrow{v} = (v_1,\ v_2,\ v_3)$ を求めよ。

(3)　$d = 2$ のとき，三角形 PBC の面積を求めよ。

(4)　三角形 PBC の面積を S，三角形 PAB の面積を T，三角形 PAC の面積を U とする。$S^2 = T^2 - U^2$ となる d を求めよ。

3　0 以上の整数 n に対し，$I_n = \displaystyle\lim_{r \to \infty} \int_0^r x^{2n+1} e^{-x^2}\, dx$ とおくとき，以下の問いに答えよ。ただし，必要ならば，k を自然数とするとき，$\displaystyle\lim_{t \to \infty} \frac{t^k}{e^t} = 0$ であることを用いてよい。

(1)　関数 $y = x^{2n+1} e^{-x^2}$ の極値を求め，そのグラフをかけ。

(2)　I_0，I_1 を求めよ。

(3)　I_n を求めよ。

4　t を 1 でない実数とするとき，$x \geqq 0$ の範囲において，2 つの曲線 $y = x^3 - x$ と $y = t^3 x^3 - tx$ で囲まれた部分の面積を $F(t)$ とする。以下の問いに答えよ。

(1)　$F(t)$ を求めよ。

(2)　関数 $F(t)$ の極値を求めよ。

2018年度　鳥取大学（前期）

医学部　（略解）

✎ 証明，図示などは省略

1　図示は省略

2

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{OH}} = (0,\ 0,\ 1)$

(2)　$\vec{v} = \left(\dfrac{\sqrt{3}}{3},\ -\dfrac{\sqrt{3}}{3},\ \dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$

(3)　$4\sqrt{6}$

(4)　$d = 3\sqrt{2}$

3

(1)　極大値：$\left(\dfrac{2n+1}{2e}\right)^{\frac{2n+1}{2}}$ $\left(x = \sqrt{\dfrac{2n+1}{2}}\right)$，極小値：$-\left(\dfrac{2n+1}{2e}\right)^{\frac{2n+1}{2}}$ $\left(x = -\sqrt{\dfrac{2n+1}{2}}\right)$，

図示は省略

(2)　$I_0 = \dfrac{1}{2}$，$I_1 = \dfrac{1}{2}$

(3)　$I_n = \dfrac{n!}{2}$

4

(1)　$F(t) = \begin{cases} \dfrac{-t+1}{4(t^2+t+1)} & (t < 1) \\ \dfrac{t-1}{4(t^2+t+1)} & (t > 1) \end{cases}$

(2)　極大値：$\dfrac{2\sqrt{3}+3}{12}$ $(t = 1-\sqrt{3})$，極大値：$\dfrac{2\sqrt{3}-3}{12}$ $(t = 1+\sqrt{3})$