

2018年度 秋田大学 (前期)

医学部

試験時間：90 分

全問必答

1 関数 $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ について、次の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ の極値と、そのときの x の値を求めよ。
- (2) $y = f(x)$ のグラフの各点における接線を考える。点 $(a, f(a))$ における接線に対して、これと平行な接線が他に 3 本存在するように、定数 a の値の範囲を定めよ。ただし、 $y = f(x)$ のグラフのどの接線も、2 つ以上の接点をもたないことがわかっている。

2 1 から 20 までの番号が 1 つずつ書かれた 20 枚のカードが箱に入っている。箱から 1 枚ずつカードを取り出す。ただし、取り出したカードはもとに戻さない。次の問いに答えよ。

- (1) 続けて 5 枚取り出すとき、カードの番号が、偶数, 奇数, 偶数, 偶数, 奇数の順番となる確率を求めよ。
- (2) 続けて 5 枚取り出すとき、そのうちちょうど 3 枚のカードの番号が偶数となる確率を求めよ。
- (3) 奇数番号のカードのうち 3 枚, 偶数番号のカードのうち 6 枚が、赤く塗られているとする。この 20 枚のカードから続けて 3 枚取り出したところ、ちょうど 2 枚が赤であった。このとき、カードの番号が、偶数, 奇数, 偶数の順番で取り出された確率を求めよ。

3 複素数 α が $\alpha^2 + \alpha + 2 = 0$ を満たすとする。次の問いに答えよ。

- (1) $(\alpha^3 - 2\alpha^2 - 1)(\alpha^4 - 2\alpha^3 - 5\alpha + 5) = A\alpha + B$ を満たす実数 A, B の値を 1 組求めよ。
- (2) $\frac{\alpha^3 - 2\alpha^2 - 1}{\alpha^5 + \alpha^4 + \alpha^3 - \alpha^2 - \alpha - 1} = C\alpha + D$ を満たす実数 C, D の値を 1 組求めよ。

4 複素数 z_1, z_2 が $|z_1| = |z_2| = 1$ を満たすとする。次の問いに答えよ。

- (1) $z_1 + z_2 = \frac{3}{2}$ を満たす z_1, z_2 を求めよ。
- (2) $z_1 + z_2 = \frac{3}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right)$ を満たす z_1, z_2 を求めよ。
- (3) 複素数 α を $|\alpha| = 1$ を満たす定数とする。このとき、 $z_1 + z_2 = 2 + \alpha$ を満たす z_1, z_2 が存在するような α について、そのような α 全体が複素数平面上に描く図形を図示せよ。

2018年度 秋田大学 (前期)

医学部

(略解)

☞ 証明, 図示などは省略

1

(1) 極大値: $\frac{1}{2}$ ($x = 1$), 極小値: $-\frac{1}{2}$ ($x = -1$)

(2) $a < -\sqrt{3}$, $-\sqrt{3} < a < -1$, $1 < a < \sqrt{3}$, $\sqrt{3} < a$

2

(1) $\frac{45}{1292}$

(2) $\frac{225}{646}$

(3) $\frac{59}{396}$

3

(1) $(A, B) = (3, 15)$

(2) $(C, D) = \left(-\frac{3}{2}, -2\right)$

4

(1) $z_1 = \frac{3}{4} \pm \frac{\sqrt{7}}{4}i$, $z_2 = \frac{3}{4} \mp \frac{\sqrt{7}}{4}i$ (複号同順)

(2) $z_1 = \frac{3 \mp \sqrt{21}}{8} + \frac{3\sqrt{3} \pm \sqrt{7}}{8}i$, $z_2 = \frac{3 \pm \sqrt{21}}{8} + \frac{3\sqrt{3} \mp \sqrt{7}}{8}i$ (複号同順)

(3) 図示は省略