2018 年度　旭川医科大学（前期）

医学部　試験時間：120 分　　全問必答

1　ある臓器にできる腫瘍(しゅよう)X は悪性と良性の 2 つの型に分けられ，同時に両方の型であることはない。実際に X がある人とない人の割合は 3% と 97% であり，X がある人のうち，悪性の人と良性の人の割合は 1 : 2 である。そして，腫瘍 X があるかないかを調べる検査 Y について，次の事が知られている。

(i)　悪性の X がある人に Y が用いられると，95% の確率で X があると判定される。

(ii)　良性の X がある人に Y が用いられると，80% の確率で X があると判定される。

(iii)　X がない人に Y が用いられると，90% の確率で X がないと正しく判定される。

ある人が，この検査 Y を受けることになった。このとき，次の確率を求めよ。

(1)　この人に X があると判定される確率

(2)　X があると判定されたとき，悪性の X が実際にある確率

(3)　悪性の X が実際にないとき，X がないと判定される確率

2　n を正の整数とし，$0 \leqq x \leqq \pi$ の範囲で $f(x) = \sin x$，$g(x) = \sin x \sin^2 nx$ とおく。このとき，次の各問いに答えよ。

(1)　曲線 $y = g(x)$ と x 軸が囲む部分の面積を求めよ。

(2)　曲線 $y = f(x)$ と曲線 $y = g(x)$ の共有点のうち，共通の接線をもつすべての点の座標を求めよ。

(3)　(2) で求めたすべての接点の y 座標の値の平均を A_n とおくとき，$\displaystyle\lim_{n \to \infty} A_n$ を求めよ。

3　a は実数で $a>1$ とし，曲線 $y=\log x$ 上に 2 点 $\mathrm{A}(a,\ \log a)$，$\mathrm{B}\left(\dfrac{1}{a},\ \log\dfrac{1}{a}\right)$ をとる。直線 AB と曲線 $y=\log x$ で囲まれた部分の面積を S とし，直線 AB，x 軸，直線 $x=\dfrac{1}{a}$ および直線 $x=a$ で囲まれた部分の面積を T とする。このとき，次の各問いに答えよ。

(1)　S，T を a を用いて表せ。

(2)　次の極限値を求めよ。ただし，(iii) において必要であれば

$$x>0 \text{ のとき，} \log(1+x)<x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}$$

が成り立つことを証明なしに用いてよい。

(i)　$\displaystyle\lim_{a\to\infty}\frac{S}{T}$　　(ii)　$\displaystyle\lim_{a\to1+0}\frac{T}{(a-1)^2}$

(iii)　$\displaystyle\lim_{a\to1+0}\frac{S}{(a-1)^2}$　　(iv)　$\displaystyle\lim_{a\to1+0}\frac{S}{T}$

(3)　$a>1$ の範囲で，$\dfrac{S}{T}$ は単調に増加することを示せ。

(4)　$S=T$ となる a が $e^{\frac{3}{2}}<a<e^2$ の範囲に唯（ただ）1 つあることを示せ。ただし，e は自然対数の底で $e=2.7182\cdots$ である。

4　$\triangle$ABC において，AB $=2$，BC $=3$，CA $=\sqrt{7}$ とする。AB に関して C と反対側に点 S を $\triangle$ASB が正三角形となるようにとる。また，BC に関して A と反対側に点 T を $\triangle$BTC が正三角形となるようにとる。さらに $\triangle$ASB の外接円と $\triangle$BTC の外接円との交点のうち，B と異なる点を P とする。このとき，次の各問いに答えよ。

(1)　$\angle$ABC の大きさを求めよ。

(2)　$\triangle$PAB $\backsim$ $\triangle$PBC であることを示し，AP，BP，CP の長さをそれぞれ求めよ。

(3)　$\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を用いて表せ。

2018 年度　旭川医科大学（前期）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1

(1) $\dfrac{49}{400}$　(2) $\dfrac{19}{245}$　(3) $\dfrac{877}{990}$

2

(1) $\dfrac{4n^2}{(2n-1)(2n+1)}$

(2) $\left(\dfrac{k\pi}{n}-\dfrac{\pi}{2n},\ \sin\left(\dfrac{k\pi}{n}-\dfrac{\pi}{2n}\right)\right)$　$(1 \leqq k \leqq n)$

(3) $\dfrac{2}{\pi}$

3

(1) $S=\left(a+\dfrac{1}{a}\right)\log a-\left(a-\dfrac{1}{a}\right)$，$T=\dfrac{1}{2}\left(a-\dfrac{1}{a}\right)\log a$

(2) (i) 2　(ii) 1　(iii) 0　(iv) 0

(3) 証明は省略

(4) 証明は省略

4

(1) $\dfrac{\pi}{3}$

(2) 証明は省略，$\mathrm{AP}=\dfrac{4}{\sqrt{19}}$，$\mathrm{BP}=\dfrac{6}{\sqrt{19}}$，$\mathrm{CP}=\dfrac{9}{\sqrt{19}}$

(3) $\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\dfrac{6}{19}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\dfrac{4}{19}\overrightarrow{\mathrm{AC}}$