

2018年度 新潟大学（前期）**医学部**

試験時間：90 分

 全問必答

1 袋 A には赤玉 2 個と白玉 5 個，袋 B には赤玉 2 個が入っている。まず，袋 A から 3 個の玉を同時に取り出し，玉の色は確認せず，そのまま袋 B に入れ，よくかき混ぜて，袋 B から 2 個の玉を同時に取り出す。次の問いに答えよ。

- (1) 袋 A から取り出された 3 個の玉が，赤玉 1 個と白玉 2 個である確率，白玉 3 個である確率をそれぞれ求めよ。
- (2) 袋 B から取り出された玉が 2 個とも白玉である確率を求めよ。
- (3) 袋 B から取り出された玉が 2 個とも白玉であったとき，袋 B に白玉が残っている条件付き確率を求めよ。

2 座標平面上に点 $O(0, 0)$, $A(0, 1)$, $B(-1, 1)$, $C(-1, 0)$, $P(t, 0)$ がある。ただし， t は正の実数である。また，線分 OA 上の点および線分 BC 上の点を通る直線 $\ell: y = ax + b$ がある。次の問いに答えよ。

- (1) 直線 ℓ が正方形 $OABC$ の面積を 2 等分するとき， a を b を用いて表せ。
- (2) 直線 ℓ が正方形 $OABC$ の面積を 2 等分し，さらに直角三角形 OAP の面積を 2 等分するとき， b を t を用いて表せ。
- (3) $t \rightarrow +0$ および $t \rightarrow \infty$ のときの (2) で求めた b の極限値をそれぞれ求めよ。

3 座標平面上の $x > 0$ の領域において，2 つの曲線 $C_1: y = \frac{\log x}{x}$ と $C_2: y = \frac{k}{x}$ を考える。ここで， k は正の実数である。曲線 C_1 と曲線 C_2 はただ 1 つの交点をもつので，その x 座標を a とする。 a が $1 < a < e$ の範囲にあるとき，次の問いに答えよ。ただし， e は自然対数の底である。また，必要ならば $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x} = 0$ を用いてもよい。

- (1) k の値の範囲を求めよ。
- (2) 曲線 C_1 ，曲線 C_2 ，直線 $x = 1$ および直線 $x = e$ によって囲まれる図形の面積 S を k を用いて表せ。
- (3) 面積 S の最小値とそのときの k の値を求めよ。

4 自然数 n に対して、関数 $f_n(x)$ を

$$f_n(x) = \frac{1}{x^2 - x + 1} - \sum_{k=0}^n (-x)^{3k} (1+x)$$

と定める。ただし、 $(-x)^{3k}$ は $k=0$ のとき 1 とする。次の問いに答えよ。

(1) $f_n(x) = (-1)^{n+1} \frac{x^{3n+3}}{x^2 - x + 1}$ を示せ。

(2) $\left| \int_0^1 f_n(x) dx \right| \leq \frac{4}{3(3n+4)}$ を示せ。

(3) 無限級数

$$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \left(\frac{1}{3k+1} + \frac{1}{3k+2} \right)$$

の和を求めよ。

2018年度 新潟大学（前期）

医学部

（略解）

 証明，図示などは省略**1**

$$(1) \text{ 赤 } 1 \text{ 白 } 2 \cdots \frac{4}{7}, \text{ 白 } 3 \cdots \frac{2}{7} \quad (2) \frac{1}{7} \quad (3) \frac{3}{5}$$

2

$$(1) a = 2b - 1 \quad (2) b = \frac{t + 2 - \sqrt{t^2 + 2t + 2}}{2}$$
$$(3) \lim_{t \rightarrow +0} b = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}, \lim_{t \rightarrow \infty} b = \frac{1}{2}$$

3

$$(1) 0 < k < 1 \quad (2) S = k^2 - k + \frac{1}{2} \quad (3) \text{ 最小値 : } \frac{1}{4} \left(k = \frac{1}{2} \right)$$

4

$$(1) \text{ 証明は省略} \quad (2) \text{ 証明は省略} \quad (3) \frac{2\sqrt{3}}{9}\pi$$