2018 年度　弘前大学（前期）

医学部　試験時間：90 分

全問必答

1　次の問いに答えよ。

(1)　関数 $f(x)=\sin x+\tan x-2x$ の導関数を求めよ。さらに，$0<x<\dfrac{\pi}{2}$ において $f(x)>0$ となることを示せ。

(2)　次の定積分を求めよ。

$$\int_0^1 \frac{1}{(e^{2x}+a)(e^{-2x}+a)}\,dx \qquad (a\ \text{は正の定数})$$

2　a を正の実数とする。座標平面上に 2 つの放物線

$C_1 : y=x^2+4ax+a^2$

$C_2 : y=-x^2+4ax-a^2$

がある。C_1，C_2 の両方に接する 2 つの直線のうち傾きが大きいものを ℓ_1，傾きが小さいものを ℓ_2 とおく。このとき，次の問いに答えよ。

(1)　直線 ℓ_1，ℓ_2 の方程式を a を用いて表せ。

(2)　a が正の実数全体を動くとき，2 直線 ℓ_1 と ℓ_2 のなす角 θ の最大値を求めよ。ただし，$0\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{2}$ とする。

3　複素数平面上で 3 つの複素数

$0,\ 1+\sqrt{3}i,\ \dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}+\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}i$

が表す点をそれぞれ O，A，B とする。ただし，i は虚数単位である。このとき，次の問いに答えよ。

(1)　△OAB において ∠AOB の大きさ，および辺 OA，OB の長さを求めよ。

(2)　△OAB の外接円の中心を表す複素数を求めよ。

2018 年度　弘前大学（前期）

医学部 （略解）

証明，図示などは省略

1

(1)　$f'(x) = \cos x + \dfrac{1}{\cos^2 x} - 2$，証明は省略

(2)

(i)　$a = 1$ のとき，$\dfrac{e^2 - 1}{4(e^2 + 1)}$

(ii)　$a>0$，$a \neq 1$ のとき，$\dfrac{1}{2(a^2 - 1)} \log \dfrac{ae^2 + 1}{e^2 + a}$

2

(1)　$\ell_1 : y = 6ax$，$\ell_2 : y = 2ax$

(2)　最大値：$\dfrac{\pi}{6}$

3

(1)　$\angle \mathrm{AOB} = \dfrac{\pi}{4}$，$\mathrm{OA} = 2$，$\mathrm{OB} = 2$

(2)　$\dfrac{1 + \sqrt{3} - \sqrt{6}}{2} + \dfrac{\sqrt{2} + \sqrt{3} - 1}{2} i$