2018年度　岡山大学（前期）

医学部　試験時間：120 分

全問必答

1　関数 $f(x) = (1+x)e^x$ について，以下の問いに答えよ。

(1)　$f(x) = 0$ を満たす x の値を求めよ。

(2)　曲線 $y = f(x)$ について，原点を通るすべての接線の方程式を求めよ。

(3)　曲線 $y = f(x)$ について，原点を通る接線のうち，接点の x 座標が最大のものを L とする。曲線 $y = f(x)$ と直線 L および x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。

2　図 1 のような経路の図があり，次のようなゲームを考える。最初は Ⓐ から出発し，1 回の操作で，1 個のさいころを投げて，出た目の数字が矢印にあればその方向に進み，なければその場にとどまる。この操作を繰り返し，Ⓓ に到達したらゲームは終了する。

例えば，Ⓑ にいるときは，1，3，5 の目が出れば Ⓒ へ進み，4 の目が出れば Ⓓ へ進み，2，6 の目が出ればその場にとどまる。n を自然数とする。以下の問いに答えよ。

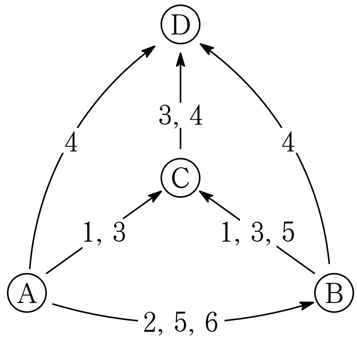

図 1：経路の図

(1)　ちょうど n 回の操作を行った後に Ⓑ にいる確率を n の式で表せ。

(2)　ちょうど n 回の操作を行った後に Ⓒ にいる確率を n の式で表せ。

(3)　ちょうど n 回の操作でゲームが終了する確率を n の式で表せ。

3　k を実数とし，x についての 2 次方程式

$$x^2 - kx + 3k - 4 = 0$$

を考える。以下の問いに答えよ。

(1)　$x^2 - kx + 3k - 4 = 0$ が虚数解をもつような k の値の範囲を求めよ。

(2)　$x^2 - kx + 3k - 4 = 0$ が虚数解 α をもち，α^4 が実数になるような k の値をすべて求めよ。

4　xyz 空間内に 3 点 A$(2,\ 0,\ 1)$，B$(0,\ 3,\ -1)$，C$(0,\ 3,\ -3)$ がある。線分 BC 上の点を P$(0,\ 3,\ s)$ とおく。線分 AP を $t : (1-t)$ に内分する点を Q とする。ただし，t は $0<t<1$ を満たす。点 Q を中心とする半径 3 の球面を K とし，球面 K と xy 平面が交わってできる円の面積を S_1，球面 K と yz 平面が交わってできる円の面積を S_2 とおく。以下の問いに答えよ。

(1)　球面 K の方程式を求めよ。

(2)　S_1 を s と t の式で表せ。

(3)　点 P は線分 BC 上で固定し，点 Q は線分 AP 上を動くものとする。$S_1 + S_2$ が最大値をとる t を s の式で表せ。

(4)　(3) において点 Q が線分 AP の中点であるときに $S_1 + S_2$ が最大値をとるとする。このときの s の値を求めよ。

2018 年度　岡山大学（前期）

医学部　（略解）

証明，図示などは省略

1

(1)　$x=-1$

(2)　$y=\dfrac{3\pm\sqrt{5}}{2}e^{\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}x}$　（複号同順）

(3)　$\dfrac{\sqrt{5}-2}{2}e^{\frac{-1+\sqrt{5}}{2}}+\dfrac{1}{e}$

2

(1)　$\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{3}\right)^{n-1}$

(2)　$\dfrac{13}{8}\left(\dfrac{2}{3}\right)^{n}-\dfrac{9}{4}\left(\dfrac{1}{3}\right)^{n}$

(3)　$\begin{cases} \dfrac{1}{6} & (n=1 \text{ のとき}) \\ \dfrac{13}{24}\left(\dfrac{2}{3}\right)^{n-1}-\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{3}\right)^{n-1} & (n\geqq 2 \text{ のとき}) \end{cases}$

3

(1)　$6-2\sqrt{5}<k<6+2\sqrt{5}$

(2)　$k=2,\ 4$

4

(1)　$(x+2t-2)^2+(y-3t)^2+(z-st+t-1)^2=9$

(2)　$S_1=(-s^2t^2+2st^2-2st-t^2+2t+8)\pi$

(3)　$t=\dfrac{5-s}{s^2-2s+5}$

(4)　$s=-\sqrt{5}$